

# 尤溪一中 2018-2019 学年 (下) 第二次月考高一数学试卷答案解析

第 1 题答案 D

第 1 题解析

举例：等边三角形的三条边，知是相交的；一直线与两平行线都相交，知是平行的；

在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，取  $AB$  为  $b$ ， $AA_1$  为  $a$ ， $A_1D_1$  为  $c$ ，知  $b, c$  是异面的。所以选 D。

第 2 题答案 D

第 2 题解析

根据结论：圆  $x^2 + y^2 = 5$  在点  $(x_0, y_0)$  处的切线方程为  $xx_0 + yy_0 = 5$ ，将点  $(1, 2)$  代入切线方程得到  $x + 2y - 5 = 0$ 。

第 3 题答案 A

第 3 题解析

$\because$  等比数列  $\{a_n\}$ ， $\therefore a_4 \cdot a_{14} = a_7 \cdot a_{11} = 6$ ， $\therefore a_4 + a_{14} = 5$ ，

$\therefore a_4, a_{14}$  是方程  $t^2 - 5t + 6 = 0$  的两根，

$\therefore \begin{cases} a_4 = 2 \\ a_{14} = 3 \end{cases}$ ，或  $\begin{cases} a_4 = 3 \\ a_{14} = 2 \end{cases}$ ， $\therefore \frac{a_{20}}{a_{10}} = \frac{a_{14}}{a_4} = \frac{3}{2}$ ，或  $\frac{2}{3}$ 。故选 A。

第 4 题答案 A

第 4 题解析

分界线有两条，一是过原点的直线，斜率为 2；二是  $x$  轴平行的直线，斜率为 0。画图可知， $l$  的斜率  $k \in [0, 2]$ 。

第 5 题答案 C

第 5 题解析

选项 A，直线  $m, n$  可能平行，那么直线  $l$  就不一定垂直平面；选项 B，直线  $l, m$  可能平行、相交或异面；选项 D，直线  $m, n$  可能平行、相交或异面。

第 6 题答案 B

第 6 题解析

圆心为  $(-1, 1)$ ，半径  $r = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-2)^2} = 5$ ， $r^2 = 25$ ，故答案选 B。

第 7 题答案 B

第 7 题解析

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  是单调减函数，所以不等式  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+ax} < \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+a-2}$  恒成立，即  $x^2 + ax > 2x + a - 2$  恒成立，即

$x^2 + (a-2)x - (a-2) > 0$ ，即当  $x = -\frac{(a-2)}{2}$ ， $x^2 + (a-2)x - (a-2)$  最小，且大于零，代入化简为  $a^2 < 4 \Rightarrow -2 < a < 2$ 。

第 8 题答案 D

第 8 题解析

当  $0 > a > b$  时， $a^2 - b^2 < 0$ ；当  $c = 0$  时， $ac = bc$ ， $ac^2 = bc^2$ ，

$\therefore$  A, B, C 错误，选 D。

第 9 题答案 D

第 9 题解析

在题图①中， $\because \angle BAD = 90^\circ$ ， $AD = AB$ ， $\therefore \angle ADB = \angle ABD = 45^\circ$ ， $\because AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle DBC = 45^\circ$ 。 $\because \angle BCD = 45^\circ$ ， $\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ，即  $BD \perp CD$ 。在题图②中，此关系仍成立。 $\because$  平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ， $\therefore CD \perp$  平面  $ABD$ 。 $\because BA \subset$  平面  $ABD$ ， $\therefore CD \perp AB$ 。 $\because BA \perp AD$ ， $\therefore BA \perp$  平面  $ADC$ 。 $\because BA \subset$  平面  $ABC$ ， $\therefore$  平面  $ABC \perp$  平面  $ADC$ 。

第 10 题答案 B

第 10 题解析

$\because a = \frac{\sqrt{5}}{2}b$ ，由正弦定理得： $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{2} \sin B$ 。又  $A = 2B$ ， $\therefore \sin 2B = \frac{\sqrt{5}}{2} \sin B$ 。

$\therefore 2 \sin B \cos B = \frac{\sqrt{5}}{2} \sin B$ 。而  $\sin B \neq 0$ ， $\therefore \cos B = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 。故答案选 B。

第 11 题答案 A

第 11 题解析

$$\because \frac{a_5}{a_2} = q^3 = \frac{1}{8}, \therefore q = \frac{1}{2}, a_1 = 4,$$

$$\therefore S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{4[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}} = 8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right],$$

当  $n=1$  时,  $(S_n)_{\min} = 4$ ,  $\therefore S_n \in [4, 8)$ .

第 12 题答案 B

第 12 题解析

解: 设钝角三角形最大边长为  $a$ , 最小边长为  $c$ , 最大角为  $A$ , 且  $\frac{\pi}{2} < A < \frac{2}{3}\pi$ , 最小角为  $C$ , 且  $0 < C < \frac{\pi}{6}$ .

$$\text{设 } m = \frac{a}{c} = \frac{\sin A}{\sin C} = \frac{\sin(\frac{2}{3}\pi - C)}{\sin C} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \tan C}. \therefore 0 < C < \frac{\pi}{6}, \therefore 0 < \tan C < \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore m > 2.$$

第 13 题答案  $90^\circ$

第 13 题解析

由  $P, Q, R$  分别是它们所在边的中点, 知  $AC \parallel PQ, QR \parallel BD$ ,  $\therefore \angle PQR$  为  $AC$  和  $BD$  所成的角.

$$\therefore PQ^2 + QR^2 = 2^2 + 5 = 9, \therefore \angle PQR = 90^\circ.$$

第 14 题答案 29

第 14 题解析

$$\text{设等差数列的公差为 } d, \text{ 则 } \begin{cases} a_2 + a_5 = 2a_1 + 5d = 19 \\ S_5 = 5a_1 + \frac{5 \times 4}{2}d = 5a_1 + 10d = 40 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases},$$

$$\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 3 \times 9 = 29.$$

第 15 题答案  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

第 15 题解析

设圆锥底面半径为  $r$ , 则由  $2\pi r = 2\pi$ , 得  $r = 1$ , 所以圆锥高为  $h = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$ , 从而体积为  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ .

第 16 题答案 30

第 16 题解析

由题意,  $\angle BCD = 30^\circ, \angle BDC = 120^\circ, CD = 10m$ ,

$$\text{在 } \triangle BCD \text{ 中, 由正弦定理得 } BC = \frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} \cdot 10 = 10\sqrt{3}m.$$

在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB = BC \tan 60^\circ = 30m$ . 故答案为: 30.

第 17 题答案 (1)  $k_{PQ} = -3$ , (2)  $4x + 3y - 2 = 0$

第 17 题解析

$$(1) \text{ 由题意可知: 联立方程组 } \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - 3y - 8 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ 即交点 } P(-1, 2),$$

又因为直线  $l$  过点  $Q(0, -1)$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的斜率为: } k_{PQ} = \frac{2 - (-1)}{-1 - 0} = -3.$$

$$(2) \text{ 因为已知直线斜率为 } k = \frac{3}{4}, \text{ 所以直线 } l \text{ 的斜率为 } k_l = -\frac{4}{3},$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的方程为: } y - 2 = -\frac{4}{3}(x + 1), \text{ 即为: } 4x + 3y - 2 = 0.$$

## 第18题答案

$$(1) \frac{\pi}{3}; (2) \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

## 第18题解析

(1) 由  $2a \sin B = \sqrt{3}b$ , 利用正弦定理得:  $2 \sin A \sin B = \sqrt{3} \sin B$ ,  $\because \sin B \neq 0$ ,  $\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 又  $A$  为锐角, 则  $A = \frac{\pi}{3}$ ;

(2) 由余弦定理得:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ ,

$$\text{即 } 36 = b^2 + c^2 - bc = (b+c)^2 - 3bc = 64 - 3bc,$$

$$\therefore bc = \frac{28}{3}, \text{ 又 } \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

## 第19题答案

$$(1) A = \frac{\pi}{3}; (2) \frac{n}{n+1}$$

## 第19题解析

$$(1) \because b^2 + c^2 - a^2 = bc,$$

$$\therefore \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}, \therefore \cos A = \frac{1}{2},$$

$$\text{又 } A \in (0, \pi), \therefore A = \frac{\pi}{3}.$$

$$(2) \text{ 设 } \{a_n\} \text{ 的公差为 } d, \text{ 由已知得 } a_1 = \frac{1}{\cos A} = 2, \text{ 且 } a_4^2 = a_2 \cdot a_8,$$

$$\therefore (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d) \text{ 且不为零, 即 } d = 2,$$

$$\therefore a_n = 2n, \therefore \frac{4}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1},$$

$\therefore$

$$S_n = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \cdots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

## 第20题答案

$$\text{当 } a > 4 \text{ 或 } a < -4 \text{ 时, 解集为 } \{x | x < \frac{1}{4}(-a - \sqrt{a^2 - 16}) \text{ 或 } x > \frac{1}{4}(-a + \sqrt{a^2 - 16})\};$$

$$\text{当 } a = \pm 4 \text{ 时, 解集为 } \{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{a}{4}\};$$

$$\text{当 } -4 < a < 4 \text{ 时, 解集为 } \mathbb{R}.$$

## 第20题解析

$$\text{由判别式 } \Delta = a^2 - 16,$$

$$(1) \text{ 当 } a > 4 \text{ 或 } a < -4 \text{ 时, } \Delta > 0,$$

$$\text{方程的两根为 } x_1 = \frac{1}{4}(-a - \sqrt{a^2 - 16}), x_2 = \frac{1}{4}(-a + \sqrt{a^2 - 16}),$$

$$\therefore \text{不等式的解集为 } \{x | x < \frac{1}{4}(-a - \sqrt{a^2 - 16}) \text{ 或 } x > \frac{1}{4}(-a + \sqrt{a^2 - 16})\}.$$

$$(2) \text{ 当 } a = \pm 4 \text{ 时, } \Delta = 0, \text{ 原不等式解集为 } \{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{a}{4}\}.$$

$$(3) \text{ 当 } -4 < a < 4 \text{ 时, } \Delta < 0, \text{ 不等式解集为 } \mathbb{R}.$$

第 21 题答案

(1) 见解析; (2) 见解析; (3)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

第 21 题解析

(1) 证明: 在  $\triangle PBC$  中,  $EF$  为中位线, 所以  $EF \parallel BC$ ,

又  $EF \not\subset$  平面  $ABC$ ,  $BC \subset$  平面  $ABC$ , 所以  $EF \parallel$  面  $ABC$ ;

(2)  $\because AB$  是圆  $O$  的直径,  $\therefore BC \perp CA$ ;  $\because PA \perp$  平面  $ACB$ ,  $BC \subset$  平面  $ACB$ ,  
 $\therefore PA \perp BC$ ; 又  $BC \cap CA = C$ ,

$\therefore BC \perp$  平面  $PAC$ , 又  $BC \parallel EF$ ,  $\therefore EF \perp$  面  $PAC$ ;

(3) 由第 2 问知  $BC \perp$  平面  $PAC$ ,  $\therefore BC$  是三棱锥  $B-PA C$  的高;  $AC = BC = PA = \sqrt{2}$ ,

$$V_{B-PA C} = \frac{1}{3} S_{\triangle PA C} \times BC = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

第 22 题答案

(1)  $2n$ ; (2)  $\frac{3}{2} + (n - \frac{1}{2}) \cdot 3^{n+1}$

第 22 题解析

(1)  $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ , 则  $3a_2 = 12$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_1 = 2$ ,

设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 则  $d = a_2 - a_1 = 2$ .

$$a_n = 2 + (n - 1) \times 2 = 2n.$$

(2)  $b_n = a_n \cdot 3^n = 2n \cdot 3^n$ , 令数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,

$$S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n = 2 \times 3 + 4 \times 3^2 + \cdots + 2n \cdot 3^n \quad ①$$

$$3S_n = 2 \times 3^2 + 4 \times 3^3 + \cdots + 2n \cdot 3^{n+1} \quad ②$$

$$\text{由 } ② - ① \text{ 得: } 2S_n = -2 \times 3 - 2(3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n) + 2n \cdot 3^{n+1},$$

$$\text{即 } S_n = -(3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n) + n \cdot 3^{n+1}$$

$$= -\frac{3(1 - 3^n)}{1 - 3} + n \cdot 3^{n+1} = \frac{3}{2}(1 - 3^n) + n \cdot 3^{n+1}$$

$$= \frac{3}{2} + (n - \frac{1}{2}) \cdot 3^{n+1}.$$