

尤溪一中 2018-2019 学年第二学期第二次月考

高二（文科）数学试卷答案

DBBAC ABDCD CB 13. $\rho = 2\cos\theta$ 14. $(-2, 1)$ 15. $\frac{7}{8}$ 16. $[e, +\infty)$

17. 解: (I) $\because z = a + i, |z| = \sqrt{10},$

$$\therefore |z| = \sqrt{a^2 + 1} = \sqrt{10}, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$a^2 = 9, \quad a = \pm 3, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because a > 0,$$

$$\therefore a = 3, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore z = 3 + i. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(II) \because z = 3 + i, \text{ 则 } \bar{z} = 3 - i, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \bar{z} + \frac{m+i}{1-i} = 3 - i + \frac{(m+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{m+5}{2} + \frac{(m-1)i}{2}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

又 $\because$ 复数 $\bar{z} + \frac{m+i}{1-i} (m \in \mathbf{R})$ 对应的点在第四象限,

$$\therefore \begin{cases} \frac{m+5}{2} > 0, \\ \frac{m-1}{2} < 0, \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} m > -5, \\ m < 1. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore -5 < m < 1. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$18. \text{ 解: (I) } \bar{x} = \frac{6+8+10+12}{4} = 9, \bar{y} = \frac{2+3+5+6}{4} = 4. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(II) 1 \sim 6 \text{ 月份的平均销售量 } \bar{X} = \frac{4 \times 9 + 14 + 16}{6} = 11,$$

$$1 \sim 6 \text{ 月份的平均利润 } \bar{Y} = \frac{4 \times 4 + 6 + 8}{6} = 5, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} = 5 - \frac{4}{7} \times 11 = -\frac{9}{7}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$(III) \text{ 由 (II) 知线性回归方程为 } \hat{y} = \frac{4}{7}x - \frac{9}{7},$$

$$\therefore \text{ 当销售量为 18 百件时, } \hat{y} = \frac{4}{7} \times 18 - \frac{9}{7} = 9, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{ 当销售量为 18 百件时预测利润为 9 万元.} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19. 解: (1) 设各组的频率为 $f_i (i=1,2,3,4,5,6)$, 由图可知, 第一组有 3 人, 第二组 7 人, 第三组 27 人,

因为后四组的频数成等差数列, 所以后四组频数依次为 27, 24, 21, 18 $\cdots$ 3 分

则后四组频率依次为 0.27, 0.24, 0.21, 0.18 视力在 5.0 以下的频率为 $3+7+27+24+21=82$ 人,

故全年级视力在 5.0 以下的人数约为 $1000 \times \frac{82}{100} = 820$ 人. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

设 100 名学生视力的中位数为 x ，则有 $(0.15+0.35+1.35) \times 0.2 + (x-4.6) \times (0.24 \div 0.2) = 0.5$

$$x \approx 4.7$$

..... 7 分

$$(2) \quad k^2 = \frac{100(42 \times 16 - 34 \times 8)^2}{50 \times 50 \times 76 \times 24} = \frac{200}{57} \approx 3.509 < 3.841 \quad \text{..... 11 分}$$

因此在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为视力与学习成绩没有关系.12 分

20. 解: (I) $\because$ 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个根分别为 -1 和 4 ,2 分

$\therefore$ 方程 $(x-1)(x^2 - 3x - 4) = 0$ 的根分别为 -1 , 1 和 4 ,3 分

$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 4, \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -4$5 分

(II) $x_1 + x_2 + x_3 = -b, \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -d$7 分

证明: $\because x_1, x_2, x_3$ 是方程 $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 的根,

$\therefore x^3 + bx^2 + cx + d = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$,9 分

又 $\because (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ 展开式中二次项为 $-(x_1 + x_2 + x_3)x^2$,10 分

常数项为 $-x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$,11 分

$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = -b, \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -d$12 分

21. 解: (1) $a=0$ 时, $f'(x) = (x+1)e^x$, 所以切线的斜率 $k = f'(1) = 2e$. 又 $f(1) = e$, 所以 $y = f(x)$ 在点 $(1, e)$ 处的切线方程为 $y - e = 2e(x - 1)$, 即 $2ex - y - e = 0$.

(2) $f'(x) = (x+1)(e^x - a)$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -1$ 或 $x = \ln a$.

① 当 $a = \frac{1}{e}$ 时, $f'(x) \geq 0$ 恒成立, 所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

② 当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时, $\ln a < -1$, 由 $f'(x) > 0$, 得 $x < \ln a$ 或 $x > -1$; 由 $f'(x) < 0$, 得 $\ln a < x < -1$, 所以单调递增区间为 $(-\infty, \ln a)$, $(-1, +\infty)$, 单调递减区间为 $(\ln a, -1)$.

③ 当 $a > \frac{1}{e}$ 时, $\ln a > -1$, 由 $f'(x) > 0$, 得 $x < -1$ 或 $x > \ln a$; 由 $f'(x) < 0$, 得 $-1 < x < \ln a$, 所以单调递增区间为 $(-\infty, -1)$, $(\ln a, +\infty)$, 单调递减区间为 $(-1, \ln a)$.

综上所述, 当 $a = \frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增; 当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时, 单调递增区间为 $(-\infty, \ln a)$, $(-1, +\infty)$, 单调递减区间为 $(\ln a, -1)$; 当 $a > \frac{1}{e}$ 时, 单调递增区间为 $(-\infty, -1)$, $(\ln a, +\infty)$, 单调递减区间为 $(-1, \ln a)$.

22. 选修4-4：坐标系与参数方程

解法一：(1) 由 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{5}\cos\varphi)^2 + (\sqrt{5}\sin\varphi)^2 = 5$,

得曲线C的普通方程为 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$,1分

把 $x = \rho\cos\theta$, $y = \rho\sin\theta$ 代入该式化简得曲线C的极坐标方程为:

$$\rho = 2\cos\theta + 4\sin\theta. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

因为直线 $l: y = \sqrt{3}x$ 是过原点且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线,

所以直线 l 的极坐标方程为: $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$5分

(2) 把 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 代入 $\rho = 2\cos\theta + 4\sin\theta$ 得 $\rho = 1 + 2\sqrt{3}$, 故 $|OA| = 1 + 2\sqrt{3}$,

把 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 代入 $\rho = 2\cos\theta + 4\sin\theta$ 得 $\rho = 2 + \sqrt{3}$, 故 $|OB| = 2 + \sqrt{3}$,7分

因为 $\angle AOB = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$,8分

所以 $\triangle OAB$ 的面积为 $S = \frac{1}{2}|OA| \cdot |OB| \cdot \sin\frac{\pi}{6} = \frac{8+5\sqrt{3}}{4}$10分

解法二：(1) 同解法一；

(2) 由(1)及题知可得C的直角坐标方程为 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$,

直线 l 的直角坐标方程为 $y = \sqrt{3}x$, 直线 m 的直角坐标方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$6分

$$\text{联立} \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5, \\ y = \sqrt{3}x, \end{cases} \text{得 } O(0,0), A\left(\frac{1+2\sqrt{3}}{2}, \frac{6+\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\text{联立} \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \end{cases} \text{得 } O(0,0), B\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{2}, \frac{2+\sqrt{3}}{2}\right).$$

故 $|OA| = 1 + 2\sqrt{3}$, $|OB| = 2 + \sqrt{3}$,8分

因为 $\angle AOB = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, 所以 $\triangle OAB$ 的面积为:

$$S = \frac{1}{2}|OA| \cdot |OB| \cdot \sin\frac{\pi}{6} = \frac{8+5\sqrt{3}}{4}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23. 选修4-5：不等式选讲

解法一：(1) 因为 $f(x) = |x-1|$ ，所以 $f(2x) - f(x+1) = |2x-1| - |x| = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0 \\ 1-3x, & 0 < x < \frac{1}{2} \\ x-1, & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

由 $f(2x) - f(x+1) \geq 2$ 得： $\begin{cases} x \leq 0, \\ 1-x \geq 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2}, \\ 1-3x \geq 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2}, \\ x-1 \geq 2. \end{cases}$ 3 分

解得 $x \leq -1$ 或 $x \in \emptyset$ 或 $x \geq 3$ ，所以不等式的解集为： $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$5 分

(2) $a+b = f(3) = 2$ ，又 $a > 0$ ， $b > 0$ ，6 分

所以要证 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$ 成立，

只需证 $(\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1})^2 \leq (2\sqrt{2})^2$ 成立，7 分

即证 $a+b+2+2\sqrt{(a+1)(b+1)} \leq 8$ ，

只需证 $\sqrt{(a+1)(b+1)} \leq 2$ 成立，8 分

因为 $a > 0$ ， $b > 0$ ，所以根据基本不等式

$$\sqrt{(a+1)(b+1)} \leq \frac{(a+1)+(b+1)}{2} = 2 \text{ 成立,}$$

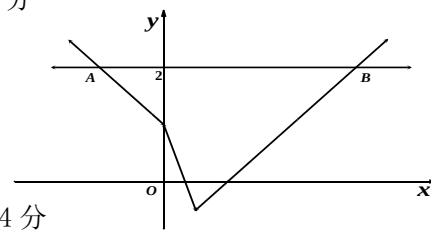
故命题得证.10 分

解法二：(1) 因为 $f(x) = |x-1|$ ，

所以 $f(2x) - f(x+1) = |2x-1| - |x| = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0, \\ 1-3x, & 0 < x < \frac{1}{2}, \\ x-1, & x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$ 2 分

作出函数 $g(x) = f(2x) - f(x+1)$ 的图像（如图）

因为直线 $y=2$ 和函数 $g(x)$ 图像的交点坐标为 $A(-1,2)$ ， $B(3,2)$4 分



所以不等式的解集为： $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$5 分

(2) $a+b = f(3) = 2$ ，6 分

又 $a > 0$ ， $b > 0$ ，

所以 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{a+1} \leq \frac{a+3}{2}$ ， $\sqrt{2} \cdot \sqrt{b+1} \leq \frac{b+3}{2}$ ，8 分

故 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{a+1} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{b+1} \leq \frac{a+3}{2} + \frac{b+3}{2} = 4$ ，9 分

所以 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$ 成立.10 分