



2018-2019 学年下学期高二数学 (文科) 期末复习测试卷

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:陈龙珠

审核人:

一、选择题 (每小题 5 分, 共 12 小题 60 分)

1. 复数 $z = \frac{2i}{i-1} - i^3$ (i 为虚数单位) 的共轭复数为 ()
 A. $1 + 2i$ B. $i - 1$ C. $1 - i$ D. $1 - 2i$
2. 设 $f(x) = ax^2 + bx + 2$ 是定义在 $[1 + a, 2]$ 上的偶函数, 则 $f(x)$ 的值域是 ()
 A. $[-10, 2]$ B. $[-12, 0]$ C. $[-12, 2]$ D. 与 a, b 有关, 不能确定

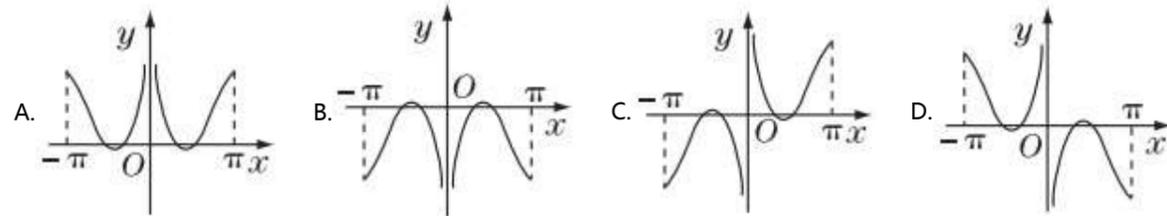
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(f(\frac{1}{9})) =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

4. 已知 x, y 取值如下表:

x	0	1	4	5	6
y	1.3	m	$3m$	5.6	7.4

画散点图分析可知: y 与 x 线性相关, 且求得回归方程为 $\hat{y} = x + 1$, 则 m 的值为 () (精确到 0.1)
 A. 1.5 B. 1.6 C. 1.7 D. 1.8

5. 函数 $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \cos x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$ 且 $x \neq 0$) 的图像可能为 ()



6. 有一段“三段论”, 推理是这样的: 对于可导函数 $f(x)$, 如果 $f'(x_0) = 0$, 那么 $x = x_0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点. 因为 $f(x) = x^3$ 在 $x = 0$ 处的导数值 $f'(0) = 0$, 所以 $x = 0$ 是函数 $f(x) = x^3$ 的极值点. 以上推理中 ()
 A. 大前提错误 B. 小前提错误 C. 推理形式错误 D. 结论正确

7. 已知 $f(x)$ 是偶函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 若 $f(\lg x) > f(2)$, 则 x 的取值范围是 ()
 A. $(\frac{1}{100}, 1)$ B. $(\frac{1}{100}, 1) \cup (1, +\infty)$ C. $(\frac{1}{100}, 100)$ D. $(0, 1) \cup (100, +\infty)$

8. 已知 $x = \ln \pi, y = \log_7 2, z = e^{-\frac{1}{2}}$ 则 ()
 A. $y < x < z$ B. $z < x < y$ C. $z < y < x$ D. $y < z < x$

9. 正整数按下表的规律排列

1	2	5	10	17
4	— 3	6	11	18
9	— 8	— 7	12	19
16	— 15	— 14	— 13	20
25	— 24	— 23	— 22	— 21

则上起第 2015 行, 左起第 2016 列的数应为 ()

- A. 2015^2 B. 2016^2 C. $2015 + 2016$ D. 2015×2016

10. 方程 $x^{\frac{1}{3}} = (\frac{1}{2})^x$ 的解所在的区间是 ()

- A. $(0, \frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ C. $(\frac{2}{3}, 1)$ D. $(1, 2)$

11. 已知 e 是自然对数的底数, 若函数 $f(x) = e^x - x + a$ 的图象始终在 x 轴的上方, 则实数 a 的取值范围 ()
 A. $[-2, 2]$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ \frac{1}{2}x + 6, & x > 10 \end{cases}$ 若 a, b, c 均不相等, 且 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 abc 的取值范围是 ()
 A. $(1, 10)$ B. $(5, 6)$ C. $(10, 12)$ D. $(20, 24)$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 4 小题 20 分)

13. 函数 $y = \log_a(2x - 3) + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 图象恒过定点 P , P 在幂函数 $f(x)$ 图象上, 则 $f(9) =$ _____.

14. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \ln(-x) + 3x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, -3)$ 处的切线方程是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x > 0 \\ -(x+1)^2 + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有 3 个零点, 则实数 m 的取值范围是 _____.

16. 关于函数 $f(x) = \lg \frac{x^2 + 1}{|x|}$ ($x \neq 0, x \in R$) 有下列命题:

- ① 函数 $y = f(x)$ 的图像关于 y 轴对称;
- ② 在区间 $(-\infty, 0)$ 上, 函数 $y = f(x)$ 是减函数;
- ③ 函数 $f(x)$ 的最小值为 $\lg 2$;
- ④ 在区间 $(1, +\infty)$ 上, 函数 $f(x)$ 是增函数.

其中是真命题的序号为 _____.

三、解答题(第17题12分,第18题12分,第19题12分,第20题12分,第21题12分,第22题10分,共6小题70分)

17、为了解少年儿童的肥胖是否与常喝碳酸饮料有关,现对30名六年级学生进行了问卷调查,得到如下列联表(平均每天喝500ml以上为常喝,体重超过50kg为肥胖):

	常喝	不常喝	合计
肥胖		2	
不肥胖		18	
合计			30

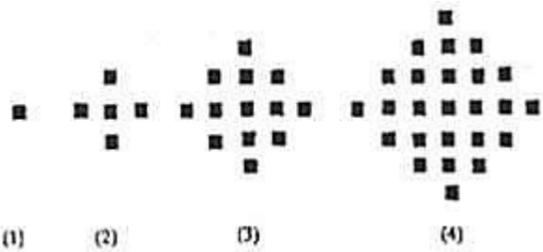
已知在全部30人中随机抽取1人,抽到肥胖的学生的概率为 $\frac{1}{15}$.

- (I) 请将上面的列联表补充完整;
 (II) 是否有99.5%的把握认为肥胖与常喝碳酸饮料有关?说明你的理由;
 (III) 现从常喝碳酸饮料且肥胖的学生中(2名女生),抽取2人参加电视节目,则正好抽到一男一女的概率是多少?参考数据:

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$)

18、某少数民族的刺绣有着悠久的历史,下图(1)、(2)、(3)、(4)为她们刺绣最简单的四个图案,这些图案都由小正方形构成,小正方形数越多刺绣越漂亮,现按同样的规律刺绣(小正方形的摆放规律相同),设第 n 个图形包含 $f(n)$ 个小正方形.



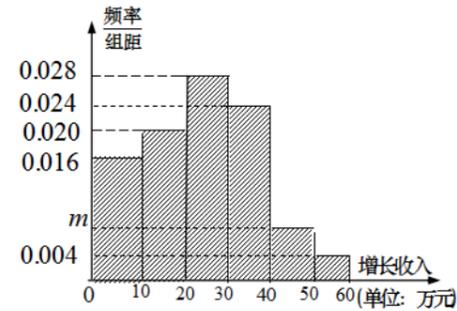
- (I) 求出 $f(5)$;
 (II) 利用合情推理的“归纳推理思想”归纳出 $f(n-1)$ 与 $f(n)$ 的关系式,并根据你得到的关系式求 $f(n)$ 的表达式.

19、党的十九大报告指出,让贫困人口和贫困地区同全国一道进入全面小康社会是我们党的庄严承诺.某公司积极响应党的政策到两个贫困县选取若干贫困村进行精准扶贫,并在两县的贫困村投入扶贫款,让贫困村收入增长.

(1) 某公司在甲县的贫困村各投入40万元扶贫款,为了解扶贫款投入对贫困村的增长收入的影响,现将各贫困村的增长收入绘制成频率分布直方图(如图所示).求频率分布直方图中 m 的值,并请估计该公司在甲县的贫困村各投入40万元扶贫款之后,对应甲县贫困村增长收入的平均值(以各组的区间中点值代表该组的取值);

(2) 该公司在乙县的贫困村中分别投入10万到50万元扶贫款后,统计乙县贫困村增长收入数据,并整理得到下表:若表中的数据显示, x 与 y 之间存在线性相关关系,请计算 y 关于 x 的回归方程,并估计该公司在乙县的贫困村中投入50万元扶贫款后,贫困村增长收入为多少万元?

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$.



投入扶贫款 x (单位: 万元)	10	20	30	40
增长收入 y (单位: 万元)	20	30	20	50

20、已知函数 $f(x) = x - \frac{a}{x} + b$ ($x \neq 0$), 其中 $a, b \in \mathbb{R}$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = 3x + 1$, 求函数 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 (3) 若对于任意的 $a \in [\frac{1}{2}, 2]$, 不等式 $f(x) \leq 10$ 在 $[\frac{1}{4}, 1]$ 上恒成立, 求 b 的取值范围.

21、在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 将 C_1 上的所有点的横坐标、纵坐标分别伸长为原来的 $\sqrt{2}$ 和 2 倍后得到曲线 C_2 , 以平面直角坐标系 xOy 的原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 取相同的单位长度建立极坐标系, 已知直线 $l: \rho(\sqrt{2} \cos \theta + \sin \theta) = 1$.

- (1) 试写出曲线 C_1 的极坐标方程与曲线 C_2 的参数方程;
 (2) 在曲线 C_2 上求一点 P , 使点 P 到直线 l 的距离最小, 并求此最小值.

22、已知 $f(x) = |x+1| - |2x-1|$.

- (1) 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;
 (2) 若 $x \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(x) \leq a + x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.