尤溪一中 2019-2020 学年上学期高三文科数学周测（五）答案解析

第 1 题答案 D

第 1 题解析

$A=\{x\mid(x-3)(x-1)<0\}=\{x\mid 1<x<3\}$，$B=\{x\mid 2^{2x}>2^3\}=\{x\mid x>\frac{3}{2}\}$，则 $A\cap B=\{x\mid\frac{3}{2}<x<3\}$.

第 2 题答案 B

第 2 题解析：由向量平行的充分必要条件可得 $(-2\lambda)-2\times(-1)=0$，解得 $\lambda=1$.

第 3 题答案 D

第 3 题解析

由 $f'(x)=3x^2-12=0\Rightarrow x=\pm2$，所以 $2\in(k-1,k+1)$ 或 $-2\in(k-1,k+1)$，解得实数 k 的取值范围是 $(-3,-1)\cup(1,3)$，选 D.

第 4 题答案 D

第 4 题解析

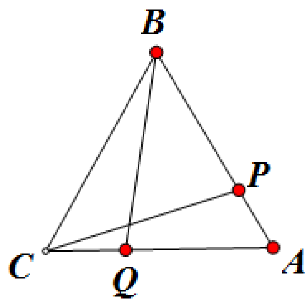
由题意可知：$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}=m\overrightarrow{AB}+3n\overrightarrow{AE}$，$A$，$B$，$E$ 三点共线，

则 $m+3n=1$，据此有 $\frac{3}{m}+\frac{1}{n}=\left(\frac{3}{m}+\frac{1}{n}\right)(m+3n)=6+\frac{9n}{m}+\frac{m}{n}\geq 6+2\sqrt{\frac{9n}{m}\times\frac{m}{n}}=12$，

当且仅当 $m=\frac{1}{2}$，$n=\frac{1}{6}$ 时等号成立.综上可得 $\frac{3}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值是 12.故选 D.

第 5 题答案 A

第 5 题解析



$\because\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AB}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$，

$\because\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=-\frac{3}{2}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=2$，$\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle=60^\circ$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos60^\circ=2$，

$\therefore[(1-\lambda)\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}](\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=-\frac{3}{2}$，$\lambda|\overrightarrow{AB}|^2+(\lambda^2-\lambda-1)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+(1-\lambda)|\overrightarrow{AC}|^2=\frac{3}{2}$，

所以 $4\lambda+2(\lambda^2-\lambda-1)+4(1-\lambda)=\frac{3}{2}$，解得 $\lambda=\frac{1}{2}$.

第 6 题答案 A

第 6 题解析

因为 ΔABC 中，$AB=3,BC=2,AC=4$，由余弦定理可得 $\cos B=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=-\frac{1}{4}$，$G$ 为 ΔABC 的重心，

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}(-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$，

$\overrightarrow{GC}=-\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})=-\frac{1}{3}(-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，

所以 $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GC}=\frac{2}{9}\overrightarrow{BC}^2-\frac{5}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{2}{9}\overrightarrow{BA}^2=\frac{2}{9}\times2^2-\frac{5}{9}\times3\times2\times(-\frac{1}{4})+\frac{2}{9}\times3^2=\frac{67}{18}$.

第 7 题答案 A

第 7 题解析: $\overrightarrow{AB}=(2,1)$,点 $C(-1,0)$, $D(4,5)$,可得 $\overrightarrow{CD}=(5,5)$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=2\times5+1\times5=15$, $\left|\overrightarrow{CD}\right|=5\sqrt{2}$,可得向量

$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 方向上的投影为: $\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\dfrac{15}{5\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

第 8 题答案 D

第 8 题解析: $(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\vec{b}+\vec{b}^2=2+2\times\sqrt{2}\times1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1=5$, $\therefore\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{5}$,故选 D.

第 9 题答案 C

第 9 题解析: $\omega x-\dfrac{\pi}{3}=k\pi\ (k\in Z)$,函数的零点为 $x=\dfrac{k\pi}{\omega}+\dfrac{\pi}{3\omega}$,在原点右则第一个零点为 $\dfrac{\pi}{3\omega}$,第二个零点为 $\dfrac{\pi}{\omega}+\dfrac{\pi}{3\omega}$,第三个零点为 $x=\dfrac{2\pi}{\omega}+\dfrac{\pi}{3\omega}$,第二个零点在 $(0,2\pi)$ 内,第三个零点在 $[2\pi,+\infty)$ 内,所以在 $\begin{cases}\dfrac{\pi}{\omega}+\dfrac{\pi}{3\omega}<2\pi\\ \dfrac{2\pi}{\omega}+\dfrac{\pi}{3\omega}\ge2\pi\end{cases}$,解得 $\dfrac{2}{3}<\omega\le\dfrac{7}{6}$.

第 10 题答案 C

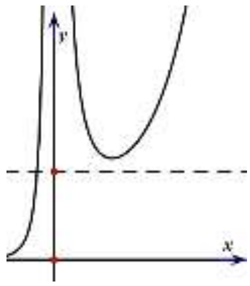
第 10 题解析:关于 x 方程 $\dfrac{e^{2x}}{x}-\dfrac{ax}{2}=0$ 有一个不同的实根等价于 $\dfrac{e^{2x}}{x^2}=\dfrac{a}{2}$ 有一个解,即函数 $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{x^2}$ 与 $y=\dfrac{a}{2}$ 有一个交点,

$f'(x)=\dfrac{2e^{2x}x^2-2xe^{2x}}{x^4}=\dfrac{2e^{2x}(x-1)}{x^3}$,在 $x\in(-\infty,0)$, $f'(x)>0$, $f(x)$ 为增函数,且 $f(x)\in(0,+\infty)$;

在 $x\in(0,1)$, $f'(x)<0$, $f(x)$ 为减函数,在 $x\in(1,+\infty)$, $f'(x)>0$, $f(x)$ 为增函数,

在 $x=1$ 处有极小值,且 $f(1)=e^2$,如图只要 $0<\dfrac{a}{2}<e^2$,它们就有一个交点,

即当 $0<a<2e^2$ 时,方程 $\dfrac{e^{2x}}{x}-\dfrac{ax}{2}=0$ 恰有一个解.



第 11 题答案 $(-\sqrt{2},2]$

第 11 题解析: 函数 $f(x)$ 在 $(-\dfrac{3\pi}{16},\dfrac{3\pi}{16})$ 内单调递增,在 $(\dfrac{3\pi}{16},\dfrac{5\pi}{16})$ 内单调递减,在 $x=\dfrac{3\pi}{16}$ 处取得最大值, $f(\dfrac{3\pi}{16})=2$,在 $x=-\dfrac{3\pi}{16}$ 处取得最小值, $f(-\dfrac{3\pi}{16})=-\sqrt{2}$,所以函数 $f(x)$ 在 $(-\dfrac{3\pi}{16},\dfrac{5\pi}{16})$ 的值域为 $(-\sqrt{2},2]$.

第 12 题答案 ①

第 12 题解析

①若 $\lambda\in R$,则 $(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b})$;由向量运算法则可知①正确;

② $\vec{a}\ne\vec{0}$,若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$,则 $\vec{b}=\vec{c}$;向量点乘数量,如: $\vec{a}=(1,1)$, $\vec{b}=(0,1)$; $\vec{c}=(1,0)$;由 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$,则 $\vec{b}\ne\vec{c}$;②错误;

③若 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 均为非零向量,则 $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}=(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$;向量的运算法则没有交换律.③错误;

④若 $\vec{a}//\vec{b}$, $\vec{b}//\vec{c}$,则 $\vec{a}//\vec{c}$;若 $\vec{b}=\vec{0}$,④错误;

⑤若 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,则 A 、 B 、 C 、 D 必为平行四边形的四个顶点;四点不一定就是平行四边形,可能在一条直线上,⑤错误;

⑥若 $\left|\vec{a}\right|>\left|\vec{b}\right|$,且 $\vec{a},\vec{b}$ 同向,则 $\vec{a}>\vec{b}$.向量无法比较大小,⑥错误. 其中正确的命题序号是:①,故答案为:①.

第 13 题答案

见解析

第 13 题解析

(1)$\because \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$,

$\therefore x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{1}{3}$,$\therefore x-y=\frac{1}{3}$.

(2)设 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}(0\le\lambda\le 1)$,因为在三角形 ABC 中, $AB=2$, $AC=1$, $\angle ACB=\frac{\pi}{2}$,$\therefore \angle CAB=\frac{\pi}{3}$,$\therefore$

$\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{FA}=(\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AC})\cdot(-\overrightarrow{AF})=(\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})(-\lambda\overrightarrow{AB})=-4\lambda^2+\lambda=-4(\lambda-\frac{1}{8})^2+\frac{1}{16}\in[-3,\frac{1}{16}]$.

(3)$\because A$, M, D 三点共线,$\therefore$可设 $\overrightarrow{CM}=x\overrightarrow{CA}+(1-x)\overrightarrow{CD}=x\overrightarrow{CA}+(1-x)\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$,

$\because F$ 为 AB 的中点,$\therefore \overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$,又 C, M, F 三点共线,$\therefore$存在 $t\in R$ 使得 $\overrightarrow{CM}=t\overrightarrow{CF}$,$\therefore$

$x\overrightarrow{CA}+\frac{2}{3}(1-x)\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}t\overrightarrow{CB}$,$\therefore \begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ \frac{2}{3}(1-x)=\frac{1}{2}t \end{cases}$,解得 $\begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ t=\frac{4}{5} \end{cases}$,

$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{2}{5}\overrightarrow{CA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{CB})\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{5}\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}^2-\frac{4}{5}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{2}{5}\times 4-\frac{4}{5}\times 1\times 2\times\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$.

第 14 题答案 见解析.

第 14 题解析

(1)由题意得函数的 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

$\because f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}+1$,$\therefore f'(x)=-\dfrac{\ln x}{x^2}$,

由 $f'(x)>0$,得 $0<x<1$; 由 $f'(x)<0$,得 $x>1$.

$\therefore$函数 $f(x)$ 的增区间为 $(0,1)$,减区间为 $(1,+\infty)$.

(2)由题意得 $g(x)=1+\ln x+mx+x$,$\therefore g'(x)=m+1+\dfrac{1}{x}$,$x\in(0,e]$,

①当 $m+1\geq 0$,即 $m\geq -1$ 时,则 $g'(x)>0$, $g(x)$ 在 $(0,e]$ 上是增函数,

$\therefore g(x)_{\max}=g(e)=(m+1)e+2\geq 0$,不合题意;

②当 $m+1<0$,即 $m<-1$ 时,则由 $g'(x)>0$,得 $0<x<-\dfrac{1}{m+1}$,

若 $-\dfrac{1}{m+1}\geq e$,则 $g(x)$ 在 $(0,e]$ 上是增函数,由①知不合题意;

若 $-\dfrac{1}{m+1}<e$,则 $g(x)$ 在 $(0,-\dfrac{1}{m+1})$ 上是增函数,在 $(-\dfrac{1}{m+1},e]$ 上为减函数,

$\therefore g(x)_{\max}=g(-\dfrac{1}{m+1})=\ln(-\dfrac{1}{m+1})=-3$,

$\therefore -\dfrac{1}{m+1}=\dfrac{1}{e^3}<e$,解得 $m=-e^3-1$,满足题意.

综上可得 $m=-e^3-1$.

(3)$\because$当 $x\geq 1$ 时, $f(x)\geq\dfrac{k}{x+1}+1$ 恒成立,

$\therefore k\leq(x+1)[f(x)-1]=\ln x+\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}+1$,当 $x\geq 1$ 是恒成立,

令 $h(x)=\ln x+\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}+1$, $x\geq 1$, 则 $h'(x)=\dfrac{x-\ln x}{x^2}>0$ 恒成立,

$\therefore h(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上为增函数,$\therefore h(x)_{\min}=h(1)=2$,$\therefore k\leq 2$.

$\therefore$实数 k 的取值范围为 $(-\infty,2]$.