尤溪一中 2019-2020 学年上学期高三理科数学周测（十八）答案解析

第 1 题答案 D

第 1 题解析

A 错误，当m,n异面或者相交时，也满足条件；B 错误，满足条件时，还有可能α,β相交；

C 错误，只有当m垂直于α,β的交线时，才满足$m\perp\beta$；D 符合线面平行定理判定的性质条件.

第 2 题答案 C

第 2 题解析

设$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则由$\{a_n\}$是等差数列,可知$S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$也成等差数列,$\therefore 2(S_{2m}-S_m)=S_m+S_{3m}-S_{2m}$,

即$2\times(400-100)=100+S_{3m}-400,\therefore S_{3m}=900$,故选 C.

第 3 题答案 A

第 3 题解析

设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because S_3=a_1+3a_2,a_4=8$，$\therefore\begin{cases}a_1+a_1q-a_1q^2=a_1-3a_1q\\a_1q^3=8\end{cases}$，解得$\begin{cases}q=2\\a_1=1\end{cases}$，

故选 A.

第 4 题答案 D

第 4 题解析

连接AC交BD于O,连接BO,则因为长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$AB=BC=2$,

所以$C_1O\perp$平面BDD_1B_1,

所以$\angle C_1BO$为BC_1与平面BDD_1B_1所成角,

因为$C_1O=\frac{1}{2}A_1C_1=\sqrt{2}$,$BC_1=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$,

所以$\sin\angle C_1BO=\frac{C_1O}{BC_1}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

第 5 题答案 A

第 5 题解析

$\because\{a_n\}$是等差数列,并且$a_1>0$,$a_{23}+a_{24}>0$,$a_{23}\cdot a_{24}<0$,

可知$\{a_n\}$中,$a_{23}>0$,$a_{24}<0$,$\therefore a_1+a_{46}=a_{23}+a_{24}>0$,

$a_1+a_{47}=2a_{24}<0$,

所以$S_{46}=\frac{46}{2}(a_1+a_{46})>0$,$S_{47}=\frac{47}{2}(a_1+a_{47})<0$,

故使前n项和$S_n>0$成立的最大正整数n是46.

第 6 题答案 A

第 6 题解析

记$AC=a,BC=b$，则$a^2+b^2=9$．$V_{B-A_1ACC_1}=\frac{1}{3}\times2a\times b=\frac{2}{3}ab$，

当$a=b=\frac{3\sqrt{2}}{2}$时，$V_{B-A_1ACC_1}$取最大值，此时$V_{ABC-A_1B_1C_1}=2\times\frac{1}{2}ab=ab=\frac{9}{2}$.

第 7 题答案 C

第 7 题解析

$\because a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2,\therefore a_{n+2}-a_{n+1}-(a_{n+1}-a_n)=2$,$a_2-a_1=4$,$\therefore\{a_{n+1}-a_n\}$是等差数列,首项为 4,公差为 2,$\therefore$

$a_{n+1}-a_n=4+2(n-1)=2n+2,\therefore n\geq 2$ 时,$a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

$=2n+2(n-1)+\cdots+2\times 2+2=2\times\dfrac{n(n+1)}{2}=n(n+1),\therefore\dfrac{(n+1)^2}{a_n}=\dfrac{n+1}{n}$,

$\therefore[\dfrac{(n+1)^2}{a_n}]=[\dfrac{n+1}{n}]=1,\therefore[\dfrac{2^2}{a_1}]+[\dfrac{3^2}{a_2}]+\cdots+[\dfrac{2020^2}{a_{2019}}]=2+2018=2020$.

第 8 题答案 8

第 8 题解析

根据题意,若 $\sqrt{3}$ 是 3^a 与 3^{2b} 的等比中项,则有 $3^a\times 3^{2b}=(\sqrt{3})^2$,即 $3^{a+2b}=3$,则有 $a+2b=1$;

则 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=(a+2b)(\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b})=4+(\dfrac{4b}{a}+\dfrac{a}{b})\geq 4+2\sqrt{4}=8$;即 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为 8.

第 9 题答案 6

第 9 题解析

$\because\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列且$a_2a_4-a_3,\therefore a_3^2=a_3$,$\therefore a_3=1$.

又$\because q>1$,$\therefore a_1<a_2<1$,$a_n>1(n>3)$,

$\therefore T_n>T_{n-1}(n\geq 1,n\in N^*)$,$T_1<1,T_2=a_1\cdot a_2<1$,$T_3=a_1\cdot a_2\cdot a_3=a_1a_2=T_2<1$,

$T_4=a_1a_2a_3a_4=a_1<1$,$T_5=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5=a_3^5=1$,

$T_6=T_5\cdot a_6=a_6>1$,故n的最小值为6.

第 10 题答案 $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

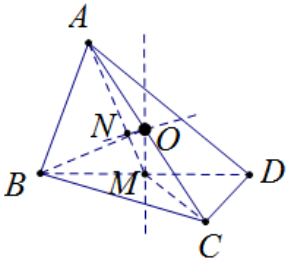
第 10 题解析

在四面体 $ABCD$ 中,$AB=AD=2$,$\angle BAD=60^\circ$,$\angle BCD=90^\circ$,二面角 $A-BD-C$ 的大小为 150°,

设 BD 中点为 M,则四面体 $ABCD$ 外接球球心 O 在过 M 且垂直于平面 BCD 的直线 l_1 上,

又因为 ΔABD 是正三角形,设 N 为 ΔABD 的外心,则 N 在直线 AM 上,

所以 O 在过 N 且垂直于平面 ABD 的直线 l_2 上,则有 $l_1\cap l_2=O$,



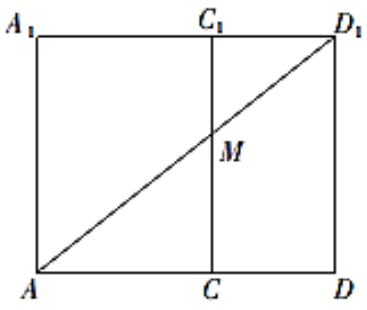
所以 $MN=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,又 $\angle OMN=60^\circ$,所以 $OM=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$,所以 $OB=\sqrt{(\dfrac{2\sqrt{3}}{3})^2+1^2}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

第 11 题答案 $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

第 11 题解析

把长方形 DCC_1D_1 展开到长方形 ACC_1A_1 所在平面,

如图,当 A,M,D_1 在同一条直线上时,MD_1+MA 取得最小值,此时 $\dfrac{MA}{MD_1}=\dfrac{AC}{C_1D_1}=\dfrac{2}{1}$,



令 $MA=2x$,$MD_1=x$,$CC_1=h$,则 $\begin{cases}(2x)^2+x^2=h^2+3\\(3x)^2=h^2+3^2\end{cases}$,得 $h=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

第 12 题答案 见解析

第 12 题解析

(1)由题意得$\begin{cases}a_n^2+2a_n=4S_n\\ a_{n+1}^2+2a_{n+1}=4S_{n+1}\end{cases}$,两式作差得$(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n-2)=0$.

又数列$\{a_n\}$各项均为正数,$\therefore a_{n+1}-a_n-2=0$,即$a_{n+1}-a_n=2$.

当$n=1$时,有$a_1^2+2a_1=4S_1=4a_1$,得$a_1(a_1-2)=0$,则$a_1=2$,

故数列$\{a_n\}$是首项为2,公差为2的等差数列,$\therefore S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=n^2+n$.

(2)$\frac{1}{b_n}=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\cdot\frac{1}{\sqrt{S_n}}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$,$\therefore T_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{b_i}=\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{\sqrt{i}}-\frac{1}{\sqrt{i+1}})=1-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$,故$T_n<1$.

第 13 题答案（1）见解析；（2）点M在线段PC的$\frac{3}{4}$处，且坐标为$M(-\frac{3}{4},\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{3}}{4})$.

第 13 题解析

（1）证明：因为$AD//BC$，$BC=\frac{1}{2}AD=1$，Q是AD的中点,

所以BC平行且相等QD，则四边形$BCDQ$为平行四边形，
所以$CD//BQ$,又因为$AD\perp CD$，所以$QB\perp AD$.

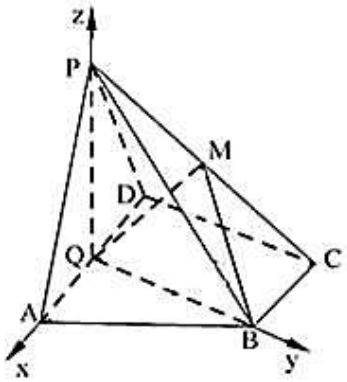
因为$PA=PD=2,AD=2,$ Q是AD的中点，所以$PQ=\sqrt{3}$.

因为$QB=CD=\sqrt{2},PB=\sqrt{5}$,所以$PB^2=PQ^2+QB^2$.

即$PQ\perp QB$,又$PQ\cap AD=Q$，所以$BQ\perp$平面PAD，

因为$BQ\subset$平面$ABCD$所以平面$PAD\perp$底面$ABCD$.

（2） 因为$PA=PD=2,$ Q是AD的中点，所以$PQ\perp AD$.
由（1）知，平面$PAD\perp$底面$ABCD$,所以$PQ\perp$平面$ABCD$.
以Q为原点建立空间直角坐标系,



则平面BQC的法向量是$\vec{m}=(0,0,1)$,$P(0,0,\sqrt{3}),B(0,\sqrt{2},0),C(-1,\sqrt{2},0)$，

设$\overrightarrow{PM}=t\overrightarrow{PC}(0<t<1),M(x,y,z)$

$\overrightarrow{PM}=(x,y,z-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{PC}=(-1,\sqrt{2},-\sqrt{3})$，代入上式得，

$x=-t,y=\sqrt{2}t,z=\sqrt{3}(1-t)$，所以$M(-t,\sqrt{2}t,\sqrt{3}-\sqrt{3}t)$

设平面MBQ的一个法向量为$\vec{n}=(x_1,y_1,z_1)$，由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{QB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{QM}=0\end{cases}$得，$\begin{cases}\sqrt{2}y_1=0\\ -tx_1+\sqrt{2}ty_1+\sqrt{3}(1-t)z_1=0\end{cases}$

令$z_1=\sqrt{3}$得，$\vec{n}=(\frac{3-3t}{t},0,\sqrt{3})$，因为二面角$M-BQ-C$的平面角的大小为$60°$，

所以$\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,解得$t=\frac{3}{4}$，所以点$M$在线段$PC$的$\frac{3}{4}$处，且坐标为$M(-\frac{3}{4},\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{3}}{4})$.