

尤溪一中 2019-2020 学年上学期高三理科数学周测 (十九) 答案解析

第 1 题答案 D

第 1 题解析: 方程可化为 $(x+3m)^2 + (y-2)^2 = 9m^2 - 13m + 4$, 易知 $r^2 = 9m^2 - 13m + 4 > 0$, 解得 $m < \frac{4}{9}$ 或 $m > 1$.

第 2 题答案 C

第 2 题解析: 双曲线 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{(m+1)^2} = 1$, 渐近线方程为: $y = \pm \frac{b}{a}x$, $y = \pm \frac{m+1}{m}x$, $\therefore \frac{b^2}{a^2} = 3$, $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 2$. 故答案为: C.

第 3 题答案 B

第 3 题解析: 两圆的圆心 $C_1(-3, 0)$, $C_2(3, 0)$ 恰为椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 的左右焦点, $|PC_1| + |PC_2| = 2a = 12$, 又两圆的半径 $r_1 = 1$, $r_2 = 2$, $\therefore |PM| + |PN|$ 的最小值为 $2a - r_1 - r_2 = 12 - 1 - 2 = 9$, 选 B.

第 4 题答案 D

第 4 题解析: $\therefore$ 以 C 的右焦点为圆心、半径为 4 的圆经过 A, O 两点 (O 为坐标原点), $\therefore$ 半径 $R = c = 4$,

则圆的标准方程为 $(x-4)^2 + y^2 = 16$, $A(a, y)$, $y = \frac{b}{a} \cdot a = b$, 即 $A(a, b)$, 则 $(a-4)^2 + b^2 = 16$,

即 $a^2 - 8a + 16 + b^2 = 16$, 即 $c^2 - 8a = 0$, 即 $8a = 16$, 则 $a = 2$, $b^2 = 16 - 4 = 12$, 则双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

第 5 题答案 B

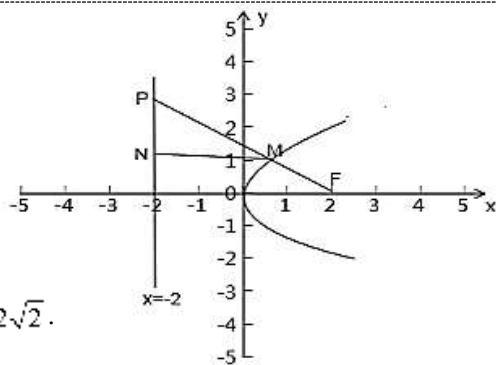
第 5 题解析: 当点 P 在 x 轴上方时, 如图:

过 M 作 $MN \perp$ 准线 $x = -2$ 于 N , 则根据抛物线的定义得 $FM = MN$,

因为 $|FP| = 4|FM|$, 所以 $PM = 3MF = 3MN$,

$\therefore PN = \sqrt{PM^2 - MN^2} = 2\sqrt{2}MN$, $\therefore \tan \angle PMN = \frac{PN}{MN} = 2\sqrt{2}$,

此时 PF 的斜率为 $-2\sqrt{2}$, 当点 P 在 x 轴下方时, 同理可得直线 PF 的斜率为 $2\sqrt{2}$.



第 6 题答案 D

第 6 题解析: 设 $A(-a, 0)$, $B(a, 0)$, $M(x, y)$, $\therefore$ 动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MB|} = 2$, 则 $\sqrt{(x+a)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-a)^2 + y^2}$,

化简得 $(x - \frac{5a}{3})^2 + y^2 = \frac{16a^2}{9}$, $\therefore \triangle MAB$ 面积的最大值为 8, $\triangle MCD$ 面积的最小值为 1, $\therefore \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{4}{3}a = 8$,

$\frac{1}{2} \times 2b \times \frac{1}{3}a = 1$, 解得 $a = \sqrt{6}$, $b = \frac{\sqrt{6}}{2}$, $\therefore$ 椭圆的离心率为 $\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

第 7 题答案 $\frac{1}{2}$

第 7 题解析: 根据题意, 椭圆 C 中, $|F_1F_2| = 2c$, $|PF_1| + |PF_2| = 2a$, 若 $|PF_1|, |F_1F_2|, |PF_2|$ 成等差数列,

则有 $|PF_1| + |PF_2| = 2|F_1F_2|$, 即 $2a = 2 \times 2c$, 化简可得 $a = 2c$, 则椭圆的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$.

第 8 题答案 $x + 2y - 4 = 0$

第 8 题解析: 设直线与椭圆交于点 A, B , 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 由题意可得 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{16} + \frac{y_1^2}{4} = 1 \\ \frac{x_2^2}{16} + \frac{y_2^2}{4} = 1 \end{cases}$,

两式相减可得 $\frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{16} + \frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2)}{4} = 0$, 由中点坐标公式可得, $\frac{1}{2}(x_1 + x_2) = 2$, $\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = 1$,

$k_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{x_1 + x_2}{4(y_1 + y_2)} = -\frac{1}{2}$, $\therefore$ 所求的直线的方程为 $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ 即 $x + 2y - 4 = 0$, 故答案为 $x + 2y - 4 = 0$.

第9题答案 2

第9题解析

由题意,动点 P 到 $F(1,0)$ 的距离等于它到 $l: x = -1$ 的距离,所以动点 P 的轨迹方程为 $y^2 = 4x$, 如图所示:

设直线 $l: x = -1$ 与 x 轴的交点为 H , 连接 MF, QF , 则 $|FH| = 2|PF| = |PQ|$,

$\because M, N$ 分别为 PQ, PF 的中点, $\therefore MN \parallel QF$,

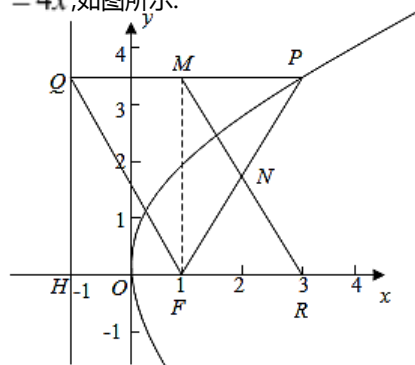
$\because PQ$ 垂直 l 于点 Q , $\therefore PQ \parallel OR$,

$\therefore |PF| = |PQ|, \angle NFR = 60^\circ, \therefore \angle QPF = 60^\circ$,

$\therefore \triangle PQF$ 为等边三角形, $\therefore MF \perp PQ$, $\therefore$ 四边形 $QM FH$ 为矩形,

$\therefore F$ 为 HR 的中点, $\therefore |FR| = |FH| = 2$,

又 $\angle MRH = \angle QFH = 60^\circ, \therefore \triangle NFR$ 为等边三角形, $\therefore |NR| = 2$.



第10题答案 见解析

第10题解析

(1) C_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta = -1$, C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho \cos \theta - 2\sqrt{3}\rho \sin \theta + 6 = 0$.

(2) 将 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 代入 $\rho^2 - 4\rho \cos \theta - 2\sqrt{3}\rho \sin \theta + 6 = 0$

得 $\rho^2 - 5\rho + 6 = 0$ 得 $\rho_1 = 2, \rho_2 = 3$, 所以 $|MN| = \rho_2 - \rho_1 = 1$.

因为 C_2 的半径为 1, 则 $\triangle C_2 MN$ 为等边三角形, $S_{\triangle C_2 MN} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

第11题答案 (1) $y^2 = 8x$; (2) $M(4, 0)$.

第11题解析

(1) 设点 P 的坐标为 (x, y) , 因为动点 P 到定直线 $l: x = -4$ 的距离比到定点 $F(2, 0)$ 的距离大 2

所以 $x > -4$ 且 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = |x+4| - 2$,

化简得 $y^2 = 8x$, 所以轨迹 C 的方程为 $y^2 = 8x$.

(2) 假设存在满足条件的点 $M(m, 0)$ () , 直线 $l: x = ty + m$, 有 $\begin{cases} x = ty + m \\ y^2 = 8x \end{cases}, y^2 - 8ty - 8m = 0$,

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 有 $y_1 + y_2 = 8t, y_1 y_2 = -8m$,

$|AM|^2 = (x_1 - m)^2 + y_1^2 = (t^2 + 1)y_1^2, |BM|^2 = (x_2 - m)^2 + y_2^2 = (t^2 + 1)y_2^2$,

$\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|BM|^2} = \frac{1}{(t^2 + 1)y_1^2} + \frac{1}{(t^2 + 1)y_2^2} = \frac{1}{t^2 + 1} \cdot \frac{y_1^2 + y_2^2}{y_1^2 y_2^2} = \frac{1}{t^2 + 1} \cdot \frac{4t^2 + m}{4m^2}$,

据题意, $\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|BM|^2}$ 为定值, 则 $\frac{1}{t^2 + 1} \cdot \frac{4t^2 + m}{4m^2} = \lambda$,

于是 $m + 4t^2 = 4\lambda m^2 + 4\lambda m^2 t^2$, 则有 $\begin{cases} m = 4\lambda m^2 \\ \lambda m^2 = 1 \end{cases}$, 解得 $m = 4$,

故当 $m = 4$ 时, $\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|BM|^2}$ 为定值 $\frac{1}{16}$, 所以 $M(4, 0)$.