



尤溪一中 2019-2020 学年上学期

高二数学周测 (十二)

时间:90 分钟 满分:100 分 命卷人:姜志茂 审核人:高二数学备课组

一、选择题(每小题 4 分,共 8 小题 32 分)

1、已知函数 $f(x)=2x+\sqrt{x-1}(1\leq x\leq 5)$ 的值域是()

- A. $(-\infty, 12]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[2, 12]$ D. $[2, +\infty)$

2、已知命题p: " $\forall x \in [1, 2], x^2 + 1 \geq a$ " 命题q: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ ", 当命题 " $p \cap q$ " 是真命题, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $a \leq -2$ 或 $a \geq 1$ B. $a \leq -2$ 或 $1 \leq a \leq 2$
C. $a \geq 1$ D. $-2 \leq a \leq 1$

3、已知 $p: x^2 - x < 0$, 则 p 成立的一个充分条件是()

- A. $1 < x < 3$ B. $-1 < x < 1$ C. $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2} < x < 5$

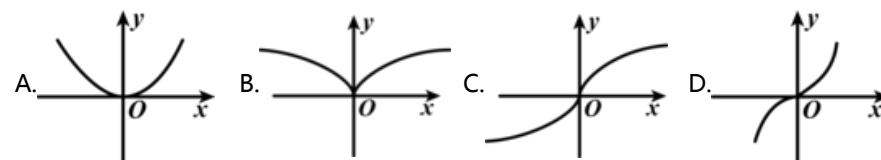
4、曲线 $f(x) = \sin x + \cos x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为()

- A. $x - y + 1 = 0$ B. $x - y - 1 = 0$ C. $x + y - 1 = 0$ D. $x + y + 1 = 0$

5、函数 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}ax^2 - 2ax + 1$ 的图象经过四个象限, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $-\frac{3}{10} < a < \frac{6}{7}$ B. $-\frac{8}{5} < a < -\frac{3}{16}$
C. $-\frac{8}{3} < a < -\frac{1}{16}$ D. $a < -\frac{3}{10}$ 或 $a > \frac{6}{7}$

6、已知函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 有 $f(x) + f(-x) = 0$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \ln(x + 1)$, 则函数 $f(x)$ 的大致图象为()



7、已知 $\vec{OA} = (1, 2, 3)$, $\vec{OB} = (2, 1, 2)$, $\vec{OP} = (1, 1, 2)$, 点 Q 在直线 OP 上运动, 则当 $QA + QB$ 取得最小值时, 点 Q 的坐标为()

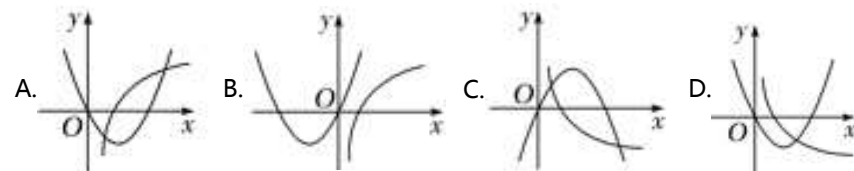
- A. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

8、(2009 浙江)若函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x} (a \in \mathbb{R})$, 则下列结论正确的是()

- A. $\forall a \in \mathbb{R}, f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数
B. $\forall a \in \mathbb{R}, f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
C. $\exists a \in \mathbb{R}, f(x)$ 是偶函数
D. $\exists a \in \mathbb{R}, f(x)$ 是奇函数

二、多选题(每小题 4 分,共 4 小题 16 分. 每小题有多个选项符合题目要求, 全部选对的得 4 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。)

9、对数函数 $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 与二次函数 $y = (a-1)x^2 - x$ 在同一坐标系内的图象不可能是()



10、已知 $f(x) = 1 + \log_x 3$, $g(x) = 2 \log_x 2$, 其中 $x > 0$ 且 $x \neq 1$, 则能使不等式

$f(x) > g(x)$ 成立的 x 的取值范围是()

- A. $(1, \frac{4}{3})$ B. $(\frac{4}{3}, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

11、 已知 $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{e}$, 则下列正确的有()

- A. $\frac{\ln x_1}{x_2} > \frac{\ln x_2}{x_1}$ B. $\frac{\ln x_1}{x_2} < \frac{\ln x_2}{x_1}$
C. $x_2 \ln x_1 > x_1 \ln x_2$ D. $x_2 \ln x_1 < x_1 \ln x_2$

12、已知 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 (a > 0)$, 若对任意两个不等的正实数 x_1, x_2 , 都有

$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 2$ 恒成立, 则下列描述正确的是()

- A. a 的最小值为 1 B. a 无最小值 C. a 的最大值为 2 D. a 无最大值

三、填空题(每小题 4 分, 共 4 小题 16 分)

13、命题“若 $x \neq 3$ 且 $x \neq 2$, 则 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ ” 的逆否命题是_____.

14、在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $A_1A \perp$ 底面 ABC , $AC = 1$, $AA_1 = 2$, $\angle BAC = 90^\circ$, 若直线 AB_1 与直线 A_1C 的夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{10}}{5}$, 则棱 AB 的长度是_____.

15、某罐头生产厂计划制造一种圆柱形的密封铁皮罐头盒, 其表面积为定值 S . 若罐头盒的底面半径为 r , 则罐头盒的体积 V 与 r 的函数关系式为_____; 当 $r =$ _____ 时, 罐头盒的体积最大. (本题每空 2 分)

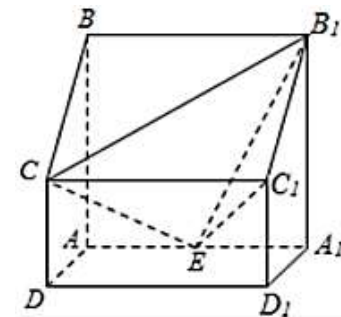
16、已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2a-1)x - 7a - 2 & (x < 1) \\ a^x & (x \geq 1) \end{cases}$, ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题(每小题 12 分, 共 3 小题 36 分)

17、已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 的图象经过点 $M(1, 4)$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 M 处的切线与直线 $x + 9y = 0$ 垂直.

- (1) 求实数 a, b 的值;
(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[m, m+1]$ 上单调递增, 求实数 m 的取值范围.

18、如图, 四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AD = CD = 1$, $AA_1 = AB = 2$, E 为棱 AA_1 的中点.



(1) 证明 $B_1C_1 \perp CE$;

(2) 求二面角 B_1CEC_1 的正弦值;

(3) 设点 M 在线段 C_1E 上, 且直线 AM 与平面 ADD_1A_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$, 求线段 AM 的长.

19、已知函数 $f(x) = \sqrt{x} - \log_a x$, ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 当 $a = e$, 求证: $f(x) > 0$;

(2) 讨论 $f(x)$ 的零点个数.