



尤溪一中 2019-2020 学年上学期 高二数学周测 (十三)

时间:60 分钟 满分:100 分 命卷人:池志远 审核人:高二数学备课组

一、选择题(每小题 5 分,共 6 小题 30 分)

1、设椭圆 $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1 (m > 0, n > 0)$ 的焦点与抛物线 $x^2 = 8y$ 的焦点相同,离心率为 $\frac{1}{2}$, 则 $m - n =$ ()

- A. $2\sqrt{3} - 4$ B. $4 - 3\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3} - 8$ D. $8 - 4\sqrt{3}$

2、方程 $x^2 + y^2 + x + y + a = 0$ 表示一个圆,则 a 的取值范围是()

- A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a > \frac{1}{2}$ C. $a \leq \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

3、已知圆 $x^2 - y^2 = 4$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2y - 6 = 0$, 则两圆的公共弦长为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. 1

4、复数 $z = (-1 + 3i)(1 - i)$ 在复平面内对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5、“ $m = 2$ ”是“复数 $z = m^2 - 4 + mi$ 为纯虚数”的()

- A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6、若动圆与圆 $(x - 5)^2 + y^2 = 4$ 外切,且与直线 $x + 3 = 0$ 相切,则动圆圆心的轨迹方程是()

- A. $y^2 = -20x$ B. $y^2 = -10x$ C. $y^2 = 20x$ D. $y^2 = 10x$

二、多选题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分. 每小题有多个选项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分.)

7、椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{8} = 1$ 的焦距为 6, 则 m 的值不可能为()

- A. 1 B. 5 C. 11 D. 17

8、曲线 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{25 - k} + \frac{y^2}{9 - k} = 1 (k < 9)$, 下列选项错误的是()

- A. 长轴长相等 B. 短轴长相等 C. 焦距相等 D. 离心率相等

9、已知圆 $C_1: (x - 2\cos\theta)^2 + (y - 2\sin\theta)^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 = 1$, 给出下列说法正确的是()

A. 对于任意的 θ , 圆 C_1 与圆 C_2 始终相切

B. 对于任意的 θ , 圆 C_1 与圆 C_2 始终有四条公切线

C. 当 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, 圆 C_1 被直线 $l: \sqrt{3}x - y - 1 = 0$ 截得的弦长为 $\sqrt{3}$

D. 若 P, Q 分别为圆 C_1 与圆 C_2 上的动点, 则 $|PQ|$ 的最大值为 4

10、已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 以 F_1F_2 为直径的圆交渐近 $y = \frac{b}{a}x$ 于点 P (P 在第一象限), PF_1 交双曲线左支于 Q , 若

Q 是线段 PF_1 的中点, 则下列选项不符合双曲线离心率的是 ()

- A. $\sqrt{5} + 1$ B. $\sqrt{5} - 1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} + 1$

三、填空题 (每小题 5 分, 共 4 小题 20 分)

11、已知命题 P : 若 $x > y$, 则 $3^x > 3^y$; 命题 q : 若 $x > y$, 则 $\sin x > \sin y$, 在命题 ① $P \wedge q$, ② $P \vee q$, ③ $p \wedge q$, ④ $\neg p \vee q$ 中, 真命题是_____.

12、已知 $x^2 + y^2 = 10$, 则 $3x + 4y$ 的最大值是_____.

13、在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(0, a), B(3, a+4)$, 若圆 $x^2 + y^2 = 9$ 上有且仅有四个不同的点 C , 使得 $\triangle ABC$ 的面积为 5, 则实数 a 的取值范围是_____.

14、若圆 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$ 关于直线 $2ax + by + 6 = 0$ 对称, 则 ab 的最小值为_____. 由点 $P(a, b)$ 向圆所作两条切线, 切点记为 A, B , 当 $|AB|$ 取最小值时, $\triangle ABP$ 外接圆的半径为_____.

四、解答题 (每小题 15 分, 共 2 小题 30 分)

15、已知过点 $A(0, 1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 交于点 M, N 两点.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 请问是否存在实数 k 使得 $\overline{OM} \cdot \overline{ON} = 12$ (其中 O 为坐标原点), 如果存在请求出 k 的值, 并求 $|MN|$; 如果不存在, 请说明理由.

16、已知点 F 是椭圆 $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和抛物线 $C_2: x^2 = 4y$ 的公共焦点, A_1, A_2 是椭圆的长轴的两个端点, 点 M 是 C_1 与 C_2 在第二象限的交点, 且

$$|MF| = \frac{5}{3}.$$

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 点 N 为直线 $l: y = -2$ 上的动点, 过点 N 作抛物线 C_2 的两条切线, 切点分别为 A, B , 直线 AB 交椭圆 C_1 于 P, Q 两点. 设 $\triangle NPQ$ 的面积为 S_1 , $\triangle NA_1A_2$ 的面积为 S_2 , 求 $S_1 - S_2$ 的最大值.