2019-2020 学年高一上期数学期末总复习卷 5 答案解析

第 1 题答案 A

第 1 题解析: 设$f(x)=ax+b(a>0)$, $\therefore f[f(x)]=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b=4x+8$,

$\therefore\begin{cases}a^2=4\\ab+b=8\end{cases}$, $\therefore\begin{cases}a=2\\b=\frac{8}{3}\end{cases}$, $\therefore f(x)=2x+\frac{8}{3}$.

第 2 题答案 D

第 2 题解析: 令 $f(x)=x^2+tx-3t$ ，因为方程 $x^2+tx-3t=0$ 在区间 $(0,2)$ 上只有一个零点，

所以两端点对应的函数值异号，即 $f(0)\cdot f(2)=(-3t)(4-t)<0$ ，解得 $0<t<4$.

第 3 题答案 A

第 3 题解析: 函数 $y=f(x+1)$ 定义域是$[-2,3]$,即$-2\le x\le 3$,从而知$-1\le x+1\le 4$,所以$y=f(x)$的定义域为$[-1,4]$,

因此对于$y=f(2x-1)$,则必须满足$-1\le 2x-1\le 4$,从而$0\le x\le\frac{5}{2}$,即函数$y=f(2x-1)$的定义域为$[0,\frac{5}{2}]$.

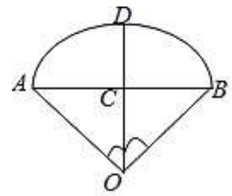
第 4 题答案 B

第 4 题解析

因为$y=\log_4 x$是$(0,+\infty)$上的增函数,故$1=\log_4 4<\log_4 5$, $\log_4 5<\log_4 9=\log_2 3$,又$0<\sin 2<1$,故$c<a<b$,选 B.

第 5 题答案 A

第 5 题解析: 如图, $\angle AOB=2$, $AB=2$,过点O作$OC\perp AB$, C为垂足,



延长OC交$\overset{\frown}{AB}$于D,则$\angle AOD=\angle BOD=1$, $AC=\frac{1}{2}AB=1$;

$Rt\Delta AOC$ 中, $r=AO=\frac{AC}{\sin\angle AOC}=\frac{1}{\sin 1}$,从而弧长为$l=\alpha\cdot r=2\times\frac{1}{\sin 1}=\frac{2}{\sin 1}$.

第 6 题答案 D

第 6 题解析: $f(5)=\frac{1}{f(3)}=f(1)=-5$, $f(-5)=\frac{1}{f(-3)}=f(-1)=\frac{1}{f(1)}=-\frac{1}{5}$, 故选$D$.

第 7 题答案 A

第 7 题解析

$\because\frac{5\pi}{4}<4<\frac{3\pi}{2}$, $\therefore\cos 4>\sin 4$, $\therefore\sqrt{1-2\sin 4\cos 4}=\sqrt{(\sin 4-\cos 4)^2}=|\sin 4-\cos 4|=\cos 4-\sin 4$.

第 8 题答案 D

第 8 题解析: 由题图可知，$A=\frac{2}{3}$, $T=\frac{5\pi}{12}-(-\frac{7\pi}{12})=\pi$, $\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$,

$\therefore y=\frac{2}{3}\sin(2x+\phi)$, 将点$(-\frac{\pi}{12},\frac{2}{3})$代入得$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\sin(-\frac{\pi}{6}+\phi)$, 则$-\frac{\pi}{6}+\phi=\frac{\pi}{2}$, 即$\phi=\frac{2\pi}{3}$,

$\therefore y=\frac{2}{3}\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$, 故选 D .

第 9 题答案 A,C

第 9 题解析: ①函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 先向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位,得到 $y=\sin(x+\frac{\pi}{3})$ 的图象,再将横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍,纵坐标保持不变,得到: $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象;

②函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 将横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍,得到: $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象,再向左平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位,纵坐标保持不变,得到: $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象.

第 10 题答案 B,C,D

第 10 题解析: 由题意,若 $0<a<1$,则 $y=\log_a x$在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,又由函数 $y=(a-1)x^2-x$开口向下,

其图象的对称轴 $x=\frac{1}{2(a-1)}$ 在 y 轴左侧,故 C,D 错误.若 $a>1$,则 $y=\log_a x$在 $(0,+\infty)$ 上是增函数,

函数 $y=(a-1)x^2-x$图象开口向上,且对称轴 $x=\frac{1}{2(a-1)}$ 在 y 轴右侧,因此 B 项不正确.

第 11 题答案 A,D

第 11 题解析: A 根据正切函数的性质可知,函数 $f(x)=\tan x$ 的图象关于点 $(\frac{k\pi}{2},0)(k\in Z)$ 对称,故 A 正确; B 由函数 $f(x)=\sin|x|$ 的图象可知,该函数不是周期函数,故 B 错误; C 设 θ 是第二象限角即 $2k\pi+\frac{1}{2}\pi<\theta<2k\pi+\pi$,

则 $k\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<k\pi+\frac{1}{2}\pi$, $k\in Z$,当 k 为偶数时, $\tan\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$,且 $\sin\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$成立;当 k 为奇数时, $\tan\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$,

且 $\sin\frac{\theta}{2}<\cos\frac{\theta}{2}$ 与选项矛盾,故 C 错误; D 函数 $y=\cos^2 x+\sin x=-\sin^2+\sin x+1=-(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}$,

又 $\sin x\in[-1,1]$,则当 $\sin x=-1$ 时,函数有最小值 -1,故 D 正确.故选 AD.

第 12 题答案 A,B,D

第 12 题解析: 因为 $\angle A=90°$,所以以 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 的方向为 x, y 轴的正方向,建立直角坐标系,如下图所示:

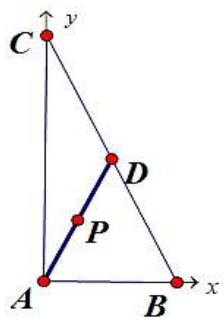
所以 $A(0,0),B(2,0),C(0,4),\therefore D(1,2),P(x,y)$,

设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD}(0\le\lambda\le1)\Rightarrow(x,y)=\lambda(1,2)\Rightarrow x=\lambda,y=2\lambda$,

所以 $P(\lambda,2\lambda)$, $\overrightarrow{PB}=(2-\lambda,-2\lambda),\overrightarrow{PC}=(-\lambda,4-2\lambda)$,

$(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})\cdot\overrightarrow{AP}\Rightarrow(2-2\lambda,4-4\lambda)\cdot(\lambda,2\lambda)=-10\lambda^2+10\lambda=-10(\lambda-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}$,

所以当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时, $(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为 $\frac{5}{2}$,故本题选 A、B、D.



第 13 题答案 4

第 13 题解析: $\because$两向量 $\vec{a}=(2,\sin\theta)$, $\vec{b}=(1,\cos\theta)$,若 $\vec{a}\,//\,\vec{b}$,则 $2\cos\theta-\sin\theta=0$,即 $\tan\theta=2$,

$\therefore\frac{\sin\theta+2\cos\theta}{2\sin\theta-3\cos\theta}=\frac{\tan\theta+2}{2\tan\theta-3}=\frac{2+2}{4-3}=4$.

第 14 题答案 106　　第 14 题解析: 通过化为分数指数幂进行求解运算.

第 15 题答案 $\frac{\pi}{3}$; $\sqrt{7}$

第 15 题解析: $(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}-3\vec{b}^2=9$,即 $16-4\vec{a}\cdot\vec{b}-3=9,\vec{a}\cdot\vec{b}=1$,

$\therefore\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{1}{2}$. 又 $\because\theta\in[0,\pi]$, $\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$. $|\vec{a}+\vec{b}|^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=7$,即 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$.

第 16 题答案 $\frac{\pi}{2}$

第 16 题解析: 由题意结合三角函数的对称性可知 ΔABC 为等腰直角三角形,且 $\angle ACB$ 为直角,
由三角函数的最大值和最小值为 1 和 -1,可知 C 到 AB 的距离是 2 ,由等腰三角形的性质,故 AB 的长度为 4 ,

又 AB 为函数的一个周期的长度, 故可得 $2=\frac{\pi}{\omega}$,解之可得 $\omega=\frac{\pi}{2}$.

第 17 题答案 见解析

第 17 题解析： (1)$\because 3\le 3^x\le 27$ 即 $3^1\le 3^x\le 3^3$，$\therefore 1\le x\le 3$，$\therefore A=\{x|1\le x\le 3\}$，$\because \log_2 x>1$，即 $\log_2 x>\log_2 2$，

$\therefore x>2$，$\therefore B=\{x|x>2\}$，$\therefore A\cap B=\{x|2<x\le 3\}$；$C_R B=\{x|x\le 2\}$，$\therefore (C_R B)\cup A=\{x|x\le 3\}$.

(2)由(1)知 $A=\{x|1\le x\le 3\}$，当 $C\subseteq A$，当 C 为空集时，$a<1$， 当 C 为非空集合时，可得 $1<a\le 3$，综上所述 $a<3$.

第 18 题答案 见解析

第 18 题解析：(1)$\because A(2,1),B(3,2),D(-1,4)$，$\therefore \overrightarrow{AB}=(1,1),\overrightarrow{AD}=(-3,3)$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$ $\therefore AB\perp CD$.

(2)设 $C(x,y)$，依题意可得：$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，解得：$x=0,y=5$，

验证满足题意，$\therefore C(0,5)$，两对角线所夹的角即为 $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}$ 的夹角，

又 $\overrightarrow{AC}=(-2,4),|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{5};\overrightarrow{BD}=(-4,2),|\overrightarrow{BD}|=2\sqrt{5}$，$\therefore \cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BD}|}=\frac{4}{5}\cdots$

第 19 题答案 见解析

第 19 题解析: (1)由 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$，可得 $f(4)=f(2+2)=f(2)\cdot f(2)=2$.

(2)由(1)知 $f(4)=2$，由此 $f(kx^2)<2f(2x-5)$，可变为 $f(kx^2)<f(4)\cdot f(2x-5)=f(2x-1)$，

因为 $f(x)$ 是定义在 R 上的增函数，所以 $kx^2<2x-1$，

即对一切 $x\in[\frac{1}{2},3]$ 有：$k<\frac{2x-1}{x^2}$ 恒成立，设 $g(x)=\frac{2x-1}{x^2}=-(\frac{1}{x})^2+2\cdot\frac{1}{x}$，

令 $t=\frac{1}{x}$，$t\in[\frac{1}{3},2]$，则有 $g(t)=-t^2+2t$，$t\in[\frac{1}{3},2]$，所以当 $t=2$，$x=\frac{1}{2}$ 时，$g(x)_{\min}=g(t)_{\min}=g(2)=0$，

因此 $k<0$，即 k 的取值范围为 $(-\infty,0)$.

第 20 题答案 见解析

第 20 题解析: (1)$\because f(x)$ 是 R 上的奇函数 $\therefore\begin{cases}f(0)=0\\f(-1)=-f(1)\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ $\therefore f(x)=\frac{2^x-1}{2^{x+1}+2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^x+1}$.

(2)设 $x_1,x_2\in R$，且 $x_1<x_2$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{x_1}+1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^{x_2}+1}=\frac{2^{x_1}-2^{x_2}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$，

$\because x_1<x_2\therefore 2^{x_1}-2^{x_2}<0$ 又 $2^{x_1}+1>0$，$2^{x_2}+1>0$，$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 是 R 上的增函数.

(3)由题意得: $f(k\cdot 3^x)<-f(3^x-9^x-2)=f(9^x-3^x+2)$ 对任意 $x\in R$ 恒成立又 $f(x)$ 是 R 上的增函数，

$\therefore k\cdot 3^x<9^x-3^x+2$ 即 $(3^x)^2-(k+1)\cdot 3^x+2>0$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，

令 $t=3^x(t>0)$，即 $t^2-(k+1)t+2>0$，对 $t>0$ 恒成立，令 $g(t)=t^2-(k+1)t+2$，对称轴为 $x=\frac{k+1}{2}$，1）$\frac{k+1}{2}\le 0$ 即

$k\le -1$ 时，$g(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 为增函数，$\therefore g(t)>g(0)=2>0$ 成立，$\therefore k\le -1$ 符合，2）$\frac{k+1}{2}>0$ 即 $k>-1$ 时，$g(t)$ 在

$(0,\frac{k+1}{2})$ 为减，$(\frac{k+1}{2},+\infty)$ 为增，$\therefore g_{\min}(t)=g(\frac{k+1}{2})=\frac{(k+1)^2}{4}-\frac{(k+1)^2}{2}+2>0$ 解得 $-2\sqrt{2}-1<k<2\sqrt{2}-1$，

即 $-1<k<2\sqrt{2}-1$. 综上两种情况 $k<2\sqrt{2}-1$.

第 21 题答案 见解析

第 21 题解析

(1)令 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$,解得 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$,

$\therefore$函数 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$.

(2)$\because f(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+2$,

$\therefore$函数 $f(x)$ 的递增区间为函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的单调递减区间.

令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$,

$\therefore\frac{\pi}{8}+k\pi\le x\le\frac{5\pi}{8}+k\pi(k\in Z)$,

$\therefore$函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{5\pi}{8}+k\pi](k\in Z)$.

(3)方程 $f(x)-m+1=0$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 上有解,等价于 $y=f(x)$ 与 $y=m-1$ 的图象有交点.

$\because x\in[0,\frac{\pi}{2}]$,$\therefore 2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$,

$\therefore-\frac{\sqrt{2}}{2}\le\sin(2x+\frac{\pi}{4})\le 1$,即得 $2-\frac{\sqrt{2}}{2}\le f(x)\le\frac{5}{2}$,

$\therefore 2-\frac{\sqrt{2}}{2}\le m-1\le\frac{5}{2}$,$\therefore m$ 的取值范围为 $[3-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{7}{2}]$.

第 22 题答案 见解析

第 22 题解析

(1)从拟合的曲线可知，函数$y=A\sin\omega t+b$在一个周期内由最大变为最小需要$9-3=6$个小时，此为半个周期，

所以函数的最小正周期为12小时，因此$\frac{2\pi}{\omega}=12$，$\omega=\frac{\pi}{6}$.

又当$t=0$时，$y=10$；

当$t=3$时，$y_{\max}=13$，得$b=10$，$A=13-10=3$.

于是所求函数解析式为$y=3\sin\frac{\pi}{6}t+10$.

(2)由于船的吃水深度为7米，船底与海底的距离不少于4.5米，

故在船舶航行时水深y应大于等于$7+4.5=11.5$米.

令$y=3\sin\frac{\pi}{6}t+10>11.5$，可得$\sin\frac{\pi}{6}t>\frac{1}{2}$.

$\therefore 2k\pi+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{6}t\le 2k\pi+\frac{5\pi}{6}\ (k\in z)$.

$\therefore 12k+1\le t\le 12k+5\ (k\in z)$.

取$k=0$，则$1<t<5$；

取$k=1$，则$13<t<17$；

而取$k=2$时，则$25<t<29$(不合题意).

$\therefore$船只可以安全进港的时间为$1\sim 5$点和$13\sim 17$点，船舶要在一天之内在港口停留的时间最长，就应从凌晨1点(1点到5点都可以)进港，而下午17点(即13点到17点之间)前离港，在港内停留的时间最长不能超过16小时.