成人高等学校招生全国统一考试

数学（文史财经类）

一、选择题：本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $M = \{1,2,3\}$ ，集合 $N = \{1,3,5\}$ ，则集合 $M \cap N =$ ()

- A. ϕ B. $\{1,3\}$ C. $\{5\}$ D. $\{1,2,3,5\}$

(2) 函数 $y = \sin x + \cos x$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{2}$

(3) a, b 为实数，则 $a^2 > b^2$ 的充分必要条件为 ()

- A. $|a| > |b|$ B. $a > b$ C. $a < b$ D. $a > -b$

(4) 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程为 ()

- A. $x = 4$ B. $x = 2$ C. $x = -1$ D. $x = -4$

(5) 不等式 $x^2 - 1 > 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x|x > 1\}$ B. $\{x|x < -1\}$
C. $\{x|x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ D. $\{x|-1 < x < 1\}$

(6) 点 $P(3,2)$ ， $Q(-3,2)$ ，则 P 与 Q ()

- A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
C. 关于直线 $y = x$ 对称 D. 关于直线 $y = -x$ 对称

(7) 公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ ，则 $a_1 =$ ()

- A. $-\frac{7}{3}$ B. 1 C. $\frac{7}{3}$ D. 7

(8) 正六边形中，由任意三个顶点连线构成的三角形的个数为 ()

- A. 6 B. 20 C. 120 D. 720

(9) 如果 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，则 ()

- A. $\cos \theta < \sin \theta$ B. $\cos \theta < \tan \theta$

(19) 函数 $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ 的极小值为_____.

(20) 从某种植物中随机抽取 6 株，其花期（单位：天）分别为 19，23，18，16，25，21，则其样本方差为_____。（精确到 0.1）

(21) 二次函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 3$ 图像的对称轴为 $x = 1$ ，则 $a =$ _____.

三、解答题：本大题共 4 小题，共 49 分.解答应写出推理、演算步骤.

(22) 面积为 6 的直角三角形三边的长由小到大成等差数列，方差为 d .

(I) 求 d 的值；

(II) 在以最短边的长为 1 为首项，公差为 d 的等差数列中，102 为第几项？

(23) 设函数 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

(I) 求曲线 $y = x^4 - 2x^2 + 3$ 在点 (2,11) 处的切线方程；

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(24) 在 $\triangle ABC$ 中， $A = 45^\circ$ ， $B = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。（精确到 0.01）

(25) 点在 $(-2,0)$ ， $(2,0)$ 的双曲线的渐近线为 $y = \pm x$.

(I) 求双曲线的方程；

(II) 求双曲线的离心率.

参考答案：

一、选择题：本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

(1) 答案 B

解析： $M \cap N = \{1, 3\}$.

(2) 答案 D

解析： $y = a \sin x + b \cos x$ 的最大值为 $\sqrt{a^2 + b^2}$ ；最小值为 $-\sqrt{a^2 + b^2}$. 所以，

$y = \sin x + \cos x$ 的最大值为 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

(3) 答案 A

解析： $a^2 > b^2 \Rightarrow |a| > |b|$, 同时 $|a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2$. 故选 A.

(4) 答案 C

解析： 抛物线 $y^2 = 4x$, 则有 $2p = 4$. 所以准线方程为 $x = -\frac{p}{2} = -1$.

(5) 答案 C

解析： $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x+1)(x-1) > 0 \Rightarrow x < -1$ 或 $1 < x$, 即 $x < -1$ 或 $x > 1$, 故选 C.

(6) 答案 B

解析： 在直角坐标系内找出 P 与 Q 两点，可知关于 y 轴对称.

(7) 答案 B

解析： 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，公比为 $q = 2$, 又 $a_1 + a_2 + a_3 = 7$, $a_1 + 2a_1 + 2^2 a_1 = 7$, 解得 $a_1 = 1$.

(8) 答案 B

解析： 每个三解形有三个顶点，从六边形的六个顶点中选出 3 个点就构成一个三角形，故有

$$C_6^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \text{ 个三角形.}$$

(9) 答案 D

解析： $\sin \theta - \tan \theta = \frac{\sin^2 \theta - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{(\sin \theta - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}}{\cos \theta}$, 当 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 时, $0 < \sin \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$(\sin \theta - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} < 0$ 恒成立, 即 $\sin \theta - \tan \theta < 0$ 恒成立, 即 $\sin \theta < \tan \theta$, 故选 D.

(10) 答案 C

解析： 作出这四个函数的草图可知, $y = x^3$ 在其定义域上为增函数, 故答案选 C.

(11) 答案 A

解析：在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B,$$

$$AC^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 7, \text{ 可得 } AC = \sqrt{7}.$$

(12) 答案 C

解析：直线 $2x + y - 3 = 0$ 的斜率为 $k = -2$ ，所以过点 $(1, 2)$ 且与直线 $2x + y - 3 = 0$ 平行的直线方程为 $y - 2 = -2 \times (x - 1)$ ，即为 $2x + y - 4 = 0$ 。

(13) 答案 A

解析：由题可知，点的轨迹是椭圆。点 $F_1(-1, 0)$ ， $F_2(1, 0)$ 是椭圆的焦点，则 $c = 1$ ；距离之和为 4，所以 $2a = 4$ ，可知 $a^2 = 4$ 。又 $a^2 - b^2 = c^2$ ，所以 $b^2 = 3$ ，故答案选 A。

(14) 答案 B

解析：圆 $x^2 + y^2 = a$ 与直线 $x + y - 2 = 0$ 相切可知，圆心到直线的距离与半径相等，即

$$\frac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{a}, \text{ 解得 } a = 2.$$

(15) 答案 D

解析：取特殊值即可找出正确答案，比如对于 $0.3^a > 0.3^b$ ， $0.3^3 = 0.027, 0.3^2 = 0.09$ ，显然(A)是错误的，同理可判断 B 和 C 也是错误的。

(16) 答案 A

解析：4 枪中恰有 2 枪命中目标共有 $C_4^2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ 种可能，而其中的每一种都是 4 枪中恰

有 2 枪命中 2 枪不命中，其对应的概率为 $0.9 \times 0.9 \times (1 - 0.9) \times (1 - 0.9) = 0.0081$ ，

则 4 枪中恰有 2 枪命中目标的概率为 $6 \times 0.0081 = 0.0486$ 。

(17) 答案 D

解析：作出这四个函数的草图可知，函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图像在第二、四象限。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。

(18) 答案 1

解析：由题知， $a \cdot (a + b) = a^2 + ab = |a|^2 + 0 = 1$ 。

(19) 答案 -1

解析：由 $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ 知 $f'(x) = -3x^2 + 3$ ，令 $f'(x) > 0$ ，解得 $-1 < x < 1$ ；令 $f'(x) < 0$ ，解得 $x < -1$ 或 $x > 1$ ；所以 $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ 的极小值为 $f(-1) = -1$ 。

(20) 答案 9.2

解析：样本的平均数为 $\bar{x} = \frac{1}{6} \times (19 + 23 + 18 + 16 + 25 + 21) \approx 20.3$ ，

样本方差为 $s^2 = \frac{1}{6} \times ((19 - \bar{x})^2 + (23 - \bar{x})^2 + (18 - \bar{x})^2 + (16 - \bar{x})^2 + (25 - \bar{x})^2 + (21 - \bar{x})^2)$
 $= 9.2$ 。

(21) 答案 -1

解析：对称轴为 $x = 1$ ，则有 $-\frac{2a}{2 \times 1} = 1$ ，解得 $a = -1$ 。

三、解答题：本大题共 4 小题，共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。

(22) 解析：(I) 由已知条件可设直角三解形的三边长分别为 $a - d$ ， a ， $a + d$ ，其中 $a > 0$ ， $d > 0$ ，则 $(a + d)^2 = a^2 + (a - d)^2$ ，化简得 $a = 4d$ ，三边长分别为 $3d$ ， $4d$ ， $5d$ ，且 $S = \frac{1}{2} \times 3d \times 4d = 6$ ， $d = 1$ ，故三角形的三边长分别为 3，4，5，公差 $d = 1$ 。

(II) 以 3 为首项，1 为公差的等差数列通项为 $a_n = 3 + (n - 1)$ ， $3 + (n - 1) = 102$ ， $n = 100$ ，故第 100 项为 102。

(23) 解析：(I) $f'(x) = 4x^3 - 4x$ ， $f'(2) = 24$ ，所以切线方程为

$$y - 11 = 24(x - 2), \text{ 即 } 24x - y - 37 = 0.$$

(II) $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x + 1)(x - 1)$ ，令 $f'(x) = 0$ ，解得 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 0$ ， $x_3 = 1$ 。

当 $x < -1$ 时， $f'(x) = 4x(x + 1)(x - 1) < 0$ ；

当 $-1 < x < 0$ 时， $f'(x) = 4x(x + 1)(x - 1) > 0$ ；

当 $0 < x < 1$ 时， $f'(x) = 4x(x + 1)(x - 1) < 0$ ；

当 $x > 1$ 时， $f'(x) = 4x(x + 1)(x - 1) > 0$ 。

所以 $f(x)$ 的增区间为 $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ ；减区间为 $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ 。

(24) 解析：根据正弦定理，得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$ ，即 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - A - B)}$ ，那么

$$BC = \frac{AB \times \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = 2(\sqrt{3} - 1)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AB \sin B = \frac{1}{2} \times 2(\sqrt{3} - 1) \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 - \sqrt{3} \approx 1.27.$$

(25) 解析：(1) 设双曲的实轴长为 $2a$ ，虚轴长为 $2b$ ，又焦点 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ 则

$$a^2 + b^2 = 4.$$

因为焦点在 x 轴上的双曲线渐近线为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，所以 $a = b = \sqrt{2}$ 。

$$\text{双曲线方程为 } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1.$$

$$(II) \text{ 离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$