成人高考高中起点数学公式总结

函数的值域（首先要挖掘隐含的定义域）

(1)转化为基本函数，特别是二次函数；练习：1、（C97.10）函数 $y=-\sin^2 x-3\cos x+3$ 的最小值；2、已知：$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=5\sin\alpha$，α、β $\in R$，求 $u=\cos^2\alpha+\cos^2\beta$ 范围.

(2)有理分式型：I $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0, ad\neq bc)\begin{cases}(1)\text{双曲线中心为}\left(-\dfrac{d}{c},\dfrac{a}{c}\right)\text{，渐近线为}\begin{cases}x=-\dfrac{d}{c}\\ y=\dfrac{a}{c}\end{cases}\\ (2)\text{值域为}y\neq\dfrac{a}{c}\text{的一切实数;}\end{cases}$

练习：(C95)作函数 $y=\dfrac{1-3x}{2x+1}$ 的图象

II $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r}(p\neq 0)$ 用△法，注意 $\begin{cases}(1)\text{二次项系数的讨论}\\ (2)"="\text{的取得}\end{cases}$

(3) 无理型：

$\begin{cases}(1)\text{代数换元：练习求}y=2x-3+3\sqrt{13-4x}\text{值域；(可设}\sqrt{13-4x}=t)\\ (2)\text{三角换元：练习求}y=x^2+1+2x\sqrt{1-x^2}\text{的值域为；(可设}x=\cos\theta,\theta\in[0,\pi]\text{]}\end{cases}$

函数的奇偶性（首先定义域必须关于原点对称）

⑴ $f(-x)=-f(x)\Leftrightarrow y=f(x)$为奇；$f(-x)=f(x)\Leftrightarrow y=f(x)$为偶函数

⑵奇函数 $y=(x)$在原点处有定义 $\Rightarrow f(0)=0$；

⑶任一个定义域关于原点对称的函数 $f(x)$ 一定可以表示成一个奇函数和一个偶函数之和

即 $f(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$(奇)$+\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$偶

⑷练习：① (C93) $F(x)=(1+\dfrac{2}{2^x-1})f(x)$ 是偶函数，且 $f(x)$不恒为0,则$f(x)$（　　）

A、奇　　B、偶　　C、既奇又偶　　D、非奇非偶

② (C94)定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 可以表示成奇函数 g(x)与偶函数 h(x)之和，若 $f(x)=\lg(10^x+1)$，那么（　　）

A、$g(x)=x,h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

B、$g(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x],h(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

C、$g(x)=\frac{x}{2},h(x)=\lg(10^x+1)-\frac{x}{2}$

D、$g(x)=-\frac{x}{2},h(x)=\lg(10^x+1)+\frac{x}{2}$

函数的单调性(注：①先确定定义域;②单调性证明一定要用定义)

1、定义：区间 D 上任意两个值 x_1,x_2，若 $x_1<x_2$时有 $f(x_1)<f(x_2)$，称 $f(x)$ 为 D 上增函数，若 $x_1<x_2$时有 $f(x_1)>f(x_2)$，称 $f(x)$ 为 D 上减函数。

练习：C91，用单调性定义证明 $f(x)=-x^3+1$在 $(-\infty,+\infty)$ 上为减函数

2、奇函数在关于原点对称的区间上单调性相同；
偶函数在关于原点对称的区间上单调性相反。

练习：设 $f(x)$ 为奇函数，且在区间[a, b] (0<a<b)上单调减，证明 $f(x)$ 在[-b, -a]上单调减。

3、讨论函数 $f(x)=x+\dfrac{k}{x}$（k 为实常数）的单调区间。

4、（C95）已知：$y=\log_a(2-ax)$在[0，1]上是减函数，则 a 的范围____________。

5、$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-ax+3a)$ 在$[2,+\infty)$ 上减，则 a 的范围：(-4，4]

函数的图象

<table>
<tr><td rowspan="2">1 平移</td><td colspan="2">横向</td><td>$y=f(x)$ $\xrightarrow{\text{左移}a\text{个单位}} y=f(x+a)$；$y=f(x)$ $\xrightarrow{\text{右移}a\text{个单位}} y=f(x-a)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">纵向</td><td>$y=f(x)$ $\xrightarrow{\text{上移}b\text{个单位}} y-b=f(x) \to y=f(x)+b$；$y=f(x)$ $\xrightarrow{\text{下移}b\text{个单位}} y+b=f(x) \to y=f(x)-b$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2 伸缩</td><td colspan="2">横向</td><td>$y=f(x)\xrightarrow{\text{纵坐标不变，横坐标变为原来的}\frac{1}{\omega}\text{倍}} y=f(\omega x)\ (\omega>0)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">纵向</td><td>$y=f(x)\xrightarrow{\text{横坐标不变，纵坐标变为原来的}A\text{倍}} y=Af(x)\ (A>0)$</td></tr>
<tr><td>3 对称</td><td colspan="2">中心对称</td><td>$y=f(x)\xrightarrow{\text{关于中心}(a,b)\text{对称}} 2b-y=f(2a-x)$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3 对称</td><td rowspan="4">轴对称</td><td>斜率为 1</td><td>点 $(x_0,y_0)\xrightarrow{\text{关于}y=x}(y_0,x_0)$，点 $(x_0,y_0)\xrightarrow{\text{关于}y=x+a}(y_0-a,x_0+a)$</td></tr>
<tr><td>斜率为-1</td><td>点 $(x_0,y_0)\xrightarrow{y=-x}(-y_0,-x_0)$，
点 $(x_0,y_0)\xrightarrow{y=-x+a}(-y_0+a,-x_0+a)$</td></tr>
<tr><td>一条曲线</td><td>若 $y=f(x)$ 对 $x\in R$ 满足 $f(a+x)=f(b-x)$，则 $y=f(x)$
关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2}$ 对称；（由 $x=\dfrac{(a+x)+(b-x)}{2}$ 求得）</td></tr>
<tr><td>两条曲线</td><td>函数 $y=f(a+x)$ 与 $y=f(b-x)$ 关于直线 $x=\dfrac{b-a}{2}$ 对称。
（由 $a+x=b-x$ 解得）</td></tr>
</table>

4 典型例题	(1) (C90) $y=arctgx$的图象$\xrightarrow[2个单位]{x轴正向移}C\xrightarrow[对称]{关于原点}C'$，则$C'$的表达式：
	(2) (C92) $f(x)=x^2+bx+c$ 对任意 t 均有 $f(2+t)=f(2-t)$，则 $f(2),f(1),f(4)$ 大小关系为：
	(3) (C97) $y=2^x\xrightarrow{向什么方向移几个单位}C_1\xrightarrow{关于y=x对称}$得$y=\log_2(x+1)$的图象。
	(4) (i)若 $y=f(x)$对 $x\in R$ 满足 $f(2+x)=f(2-x)$，则 $y=f(x)$的对称轴为________ (ii)函数 $y=f(2+x)$与$y=f(2-x)$的对称轴为__________ (iii) $f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数，且 $f(5+x)=f(3-x)$ 对 $x\in R$ 恒成立，则 $y=f(x)$的一个周期为：__________
	(5) (i)若 $y=f(x)$满足 $f(1+x)=f(3-x)$，则 $y=f(x)$的对称轴为__________ (ii)函数 $y=f(1+x)$与$y=f(3-x)$的对称轴为____________ (iii)设 $y=f(2x+1)$ 为偶函数，则 $y=f(2x)$ 的一条对称轴为__________
	(6) (C98)C： $y=x^3-x$；将 C 沿 x 轴、y 轴正向分别平移 t、S 单位后得曲线 C_1 ①写出 C_1的方程； ②证明：C_1、C 关于点 A$(\frac{t}{2},\frac{s}{2})$ 对称； ③如果 C、C_1有且仅有一个公共点，证明 $S=\frac{t^3}{4}-t$ 且 $t\neq 0$

反函数、幂函数、指数函数、对数函数

1 反函数	(1)(C92)设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$，则 $f^{-1}(0)=$ (2)(C94)设 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}(-1\le x\le 0)$，作出 $y=f^{-1}(x)$ 的图象； (3)定义在R上的奇函数 $g(x)$，当 $x>0$时, $g(x)=(\frac{1}{2})^x$，求 $g(x)$ 的反函数 $g^{-1}(x)$
2 幂函数	(1)(C92)幂函数 $y=x^n$ ，n取 $\pm 2,\ \pm\frac{1}{2}$ 四个值，在同一坐标系中作出它们的图象； (2) 在同一坐标系中作出 $y=x^n$，$n=\pm 1,\frac{1}{3},3$ 的图象，(考试说明中规定只要掌握以上八个幂函数的图象。)
3 指数对数	(1)(96)在同一坐标系中分别作 $y=a^{-x}$ 与 $y=\log_a{}^x$ 的图象（分 $a>1, 0<a<1$） (2)(S96) $\log_a{}^3>\log_b{}^3>0$，则 a、b、1 的大小关系为__________ (3)(S98)设 $a\in(0,1)$，函数 $y=\log_a(x+5)$ 的图象不经过__________象限。