

一、选择题：1~10小题，每小题4分。共40分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的。把所选项前的字母填在题后的括号内。

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} =$ ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

答案：C

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x & (x < 0), \\ x+a & (x \geq 0) \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ ()

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2

答案：C

3. 设函数 $y = 2 + \sin x$, 则 $y' =$ ()

- A. $\cos x$
- B. $-\cos x$
- C. $2 + \cos x$
- D. $2 - \cos x$

答案：A

4. 设函数 $y = e^{x-1} + 1$, 则 $dy =$ ()

- A. $e^x dx$
- B. $e^{x-1} dx$
- C. $(e^x + 1) dx$
- D. $(e^{x-1} + 1) dx$

答案：B

5. $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx =$ ()

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 7

答案：B

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx =$ ()

- A. $\frac{\pi}{2} + 1$
- B. $\frac{\pi}{2}$
- C. $\frac{\pi}{2} - 1$
- D. 1

答案：A

7. 设函数 $y = x^4 + 2x^2 + 3$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ ()

- A. $4x^3 + 4x$
- B. $4x^3 + 4$
- C. $12x^2 + 4x$
- D. $12x^2 + 4$

答案：D

8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$ ()

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2

答案：C

9. 设函数 $z=x^2+y$, 则 $dz=$ ()

A. $2xdx+dy$

B. x^2dx+dy

C. $x^2dx+ydy$

D. $2xdx+ydy$

答案: A

10. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$, 则 $a=$ ()

A. $1/2$

B. 1

C. $3/2$

D. 2

答案: D

二、填空 11~20 小题。每小题 4 分，共 40 分。把答案填在题中横线上。

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} =$ _____.

答案: $-\frac{1}{3}$

12. 设函数 $y=x^2-e^x$, 则 $y'=$ _____.

答案: $2x-e^x$

13. 设事件 A 发生的概率为 0.7, 则 A 的对立事件 \bar{A} 发生的概率为 _____.

答案: 0.3

14. 曲线 $y=\ln x$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为 _____.

答案: $y=x-1$

15. $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx =$ _____.

答案: $\ln|x| + \arctan x + C$

16. $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx =$ _____.

答案: 0

17. 设函数 $F(x) = \int_0^x \cos t dt$, 则 $F'(x) =$ _____.

答案: $\cos x$

18. 设函数 $z = \sin(x+2y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

答案: $\cos(x+2y)$

19. 已知点 $(1,1)$ 是曲线 $y=x^2+a \ln x$ 的拐点, 则 $a=$ _____.

答案: 2

20. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $y=x-e^y$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

答案: $\frac{1}{1+e^y}$

三、解答题: 21~28 小题。共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$.

解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{1} = 3$.

22. (本题满分 8 分)

设函数 $y = xe^{2x}$, 求 y' .

$$\begin{aligned} \text{解: } y' &= x'e^{2x} + x(e^{2x})' \\ &= (1+2x)e^{2x}. \end{aligned}$$

23. (本题满分 8 分)

设函数 $z = x^3y + xy^3$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

$$\text{解: } \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y + y^3, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2.$$

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int x \cos x^2 dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int x \cos x^2 dx &= \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 \\ &= \frac{1}{2} \sin x^2 + C. \end{aligned}$$

25. (本题满分 8 分)

计算 $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx &= \int_1^{\sqrt{e}} \ln x dx^2 \\ &= x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{e}{2} - \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = 1$ 和 x 轴所围成的有界平面图形的面积 S , 及该平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

$$\text{解: 面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{旋转体的体积 } V = \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx = \int_0^1 \pi x dx = \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}.$$

27. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$, 求 $f(x, y)$ 的极值点与极值.

$$\text{解: 由已知, } \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y, \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x.$$

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \end{cases} \text{ 得驻点 } (0, 0).$$

$f(x, y)$ 的 2 阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2.$$

$$\text{故 } A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} = 2, B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1, C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} = 2.$$

因为 $A > 0$ 且 $AC - B^2 > 0$, 所以 $(0, 0)$ 为 $f(x, y)$ 的极小值点, 极小值为 $f(0, 0) = 3$.

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	10	20	30
P	0.2	a	0.2	0.3

(I) 求常数 a ;

(II) 求 X 的数学期望 EX 及方差 DX .

解: (I) 因为 $0.2+a+0.2+0.3=1$, 所以 $a=0.3$.

$$(II) EX=0 \times 0.2+10 \times 0.3+20 \times 0.2+30 \times 0.3=16,$$

$$DX=(0-16)^2 \times 0.2+(10-16)^2 \times 0.3+(20-16)^2 \times 0.2+(30-16)^2 \times 0.3=124.$$

正版资料 盗用必究