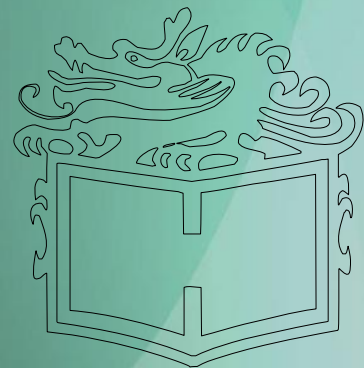
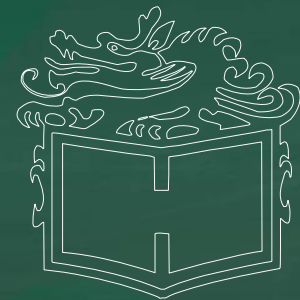


# 第6章 数列

## 6.2 等差数列 方立青

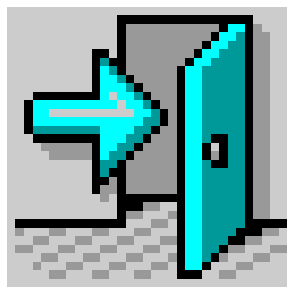


## 6.2 等差数列

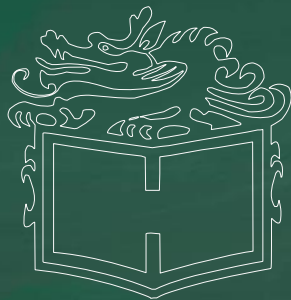


数学家高斯在上小学的时候就显示出极高的天赋。据传说，老师在数学课上出了一道题目：“把1到100的整数写下来，然后把它们加起来！”

创设情境  
兴趣导入



## 6.2 等差数列



将等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项的和记作 $S_n$ .

$$\text{即 } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n. \quad (1)$$

$$\text{也可以写作 } S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \cdots + a_3 + a_2 + a_1. \quad (2)$$

由于 $a_1 + a_n = a_1 + a_n$

$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n$$

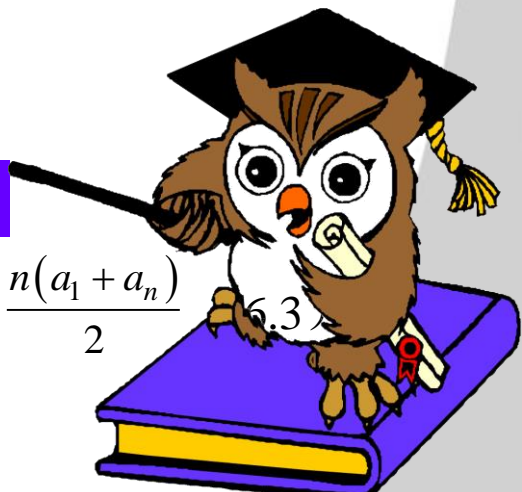
$$a_3 + a_{n-2} = (a_1 + 2d) + (a_n - 2d) = a_1 + a_n$$

...

(1)式与(2)式两边分别相加, 得

等差数列的前 $n$ 项和等于首末两项之和与项数乘积的一半.

由此得出等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和公式为 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$



## 6.2 等差数列



等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和公式为  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \dots\dots\dots(6.3)$

知道了等差数列  $\{a_n\}$  中的  $a_1$ 、 $n$  和  $a_n$ ，利用公式 (6.3) 可以直接计算  $S_n$ 。

将等差数列的通项公式  $a_n = a_1 + (n-1)d$  代入上面公式

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \dots\dots\dots(6.4)$$

知道了等差数列  $\{a_n\}$  中的  $a_1$ 、 $d$ 、 $n$  和  $S_n$ ，利用公式 (6.4) 可以直接计算。

动脑思考  
探索新知



## 6.2 等差数列



例5 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = -8$ ,  $a_{20} = 106$ , 求  $S_{20}$ .

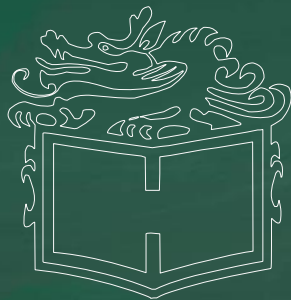
解 由已知条件得

$$S_{20} = \frac{20 \times (-8 + 106)}{2} = 980.$$

你用对公式了吗?



## 6.2 等差数列



例6 等差数列  $-13, -9, -5, -1, 3, \dots$  的前多少项的和等于50?

解 设数列的前 $n$ 项和是50, 由于

$$a_1 = -13, d = 3 - (-1) = 4,$$


故 
$$50 = -13n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 4,$$

即 
$$2n^2 - 15n - 50 = 0,$$

解得 
$$n_1 = 10, n_2 = -\frac{5}{2} \text{ (舍去)},$$

所以, 该数列的前10项的和等于50.

巩固知识  
典型例题



为什么要  
将其中的一  
个答案舍去  
呢?

## 6.2 等差数列

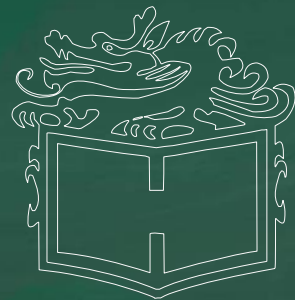


1. 求等差数列 $1, 4, 7, 10, \dots$ 的前100项的和.

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_4 = 6, a_9 = 26$ , 求  $S_{20}$ .

运用知识  
强化练习

## 6.2 等差数列



**例7** 某礼堂共有25排座位，后一排比前一排多两个座位，最后一排有70个座位，问礼堂共有多少个座位？

巩固知识  
典型例题



比较本例题  
的两种解法，  
从中受到什  
么启发？





## 6.2 等差数列

年利率1.71%，折合月利率为0.1425%。计算公式为月利率=年利率 $\div$ 12。

**例8** 小王参加工作后，采用零存整取方式在农行存款。从2008年1元月份开始，每月第1天存入银行1000元，银行以年利率1.71%计息，试问年终结算时本金与利息之和（简称本利和）总额是多少（精确到0.01元）？

**解** 年利率1.71%，折合月利率为0.1425%。

第1个月的存款利息为 $1000 \times 0.1425\% \times 12$ （元）；

第2个月的存款利息为 $1000 \times 0.1425\% \times 11$ （元）；

第3个月的存款利息为 $1000 \times 0.1425\% \times 10$ （元）；

...

第12个月的存款利息为 $1000 \times 0.1425\% \times 1$ （元）。

应得到的利息就是上面各期利息之和。

$$S_n = 1000 \times 0.1425\% \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 12) = 111.15 \text{ (元)},$$

故年终本金与利息之和总额为

$$12 \times 1000 + 111.15 = 12111.15 \text{ (元)}.$$

巩固知识  
典型例题

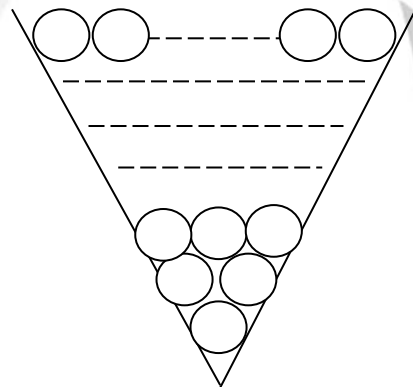


## 6.2 等差数列



### 运用知识 强化练习

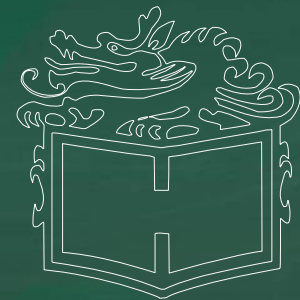
1. 如图一个堆放钢管的V形架的最下面一层放一根钢管，往上每一层都比他下面一层多放一个，最上面一层放30根钢管，求这个V形架上共放着多少根钢管.



第1题图

2. 张新采用零存整取方式在农行存款. 从元月份开始, 每月第1天存入银行200元, 银行以年利率1.71%计息, 试问年终结算时本利和总额是多少 (精确到0.01元)?

## 6.2 等差数列



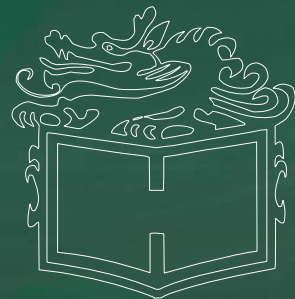
理论升华  
整体建构

等差数列的前 $n$ 项和公式是什么？

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2};$$

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}.$$

## 6.2 等差数列



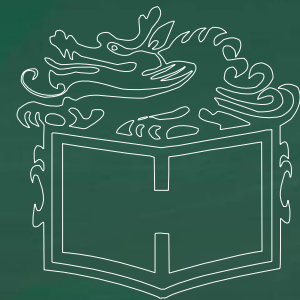
一个屋顶的某一个斜面成等腰梯形，最上面一层铺了21块瓦片，往下每一层多铺一块瓦片，斜面上铺了20层瓦片，问共铺了多少块瓦片.

自我反思  
目标检测

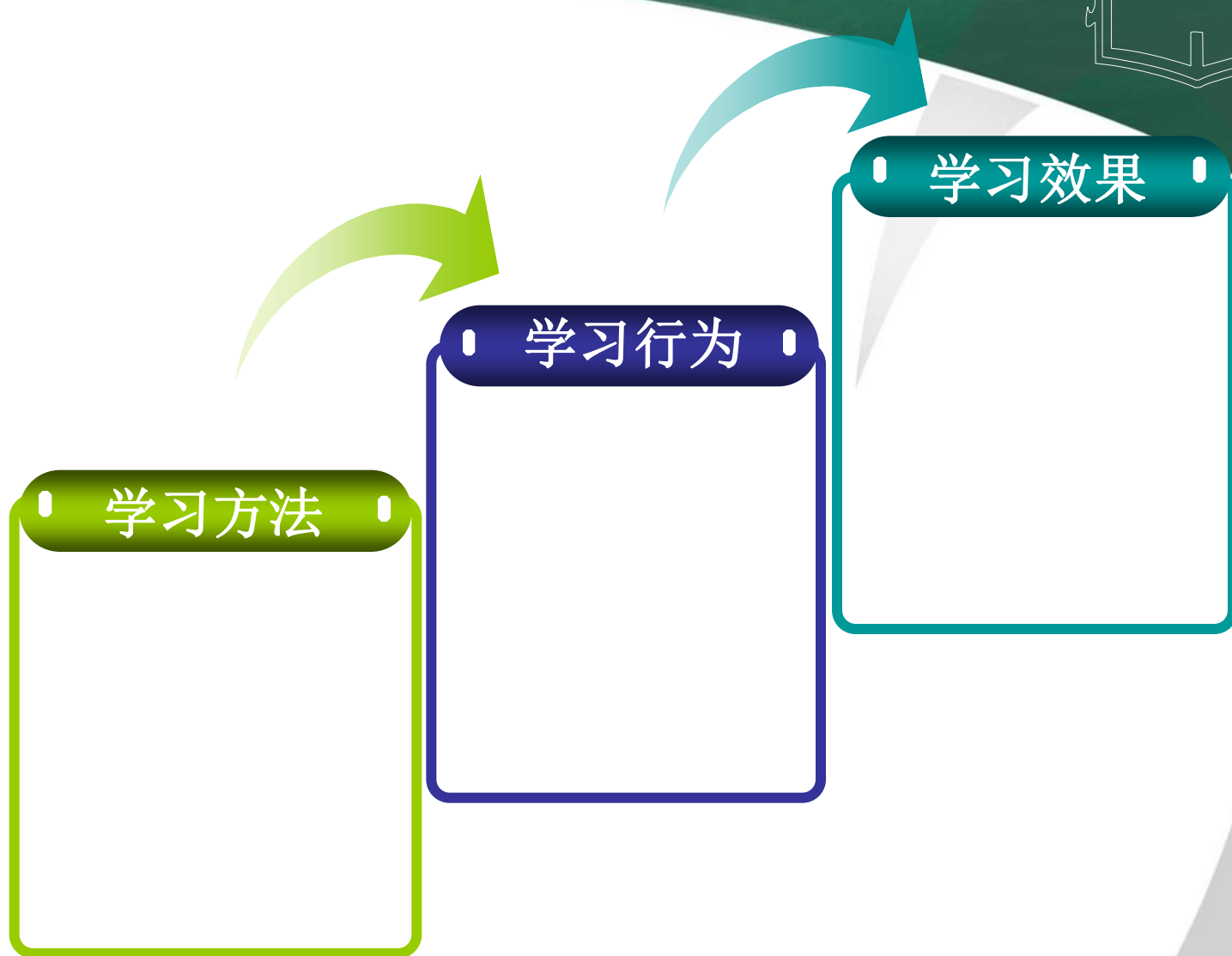


610.

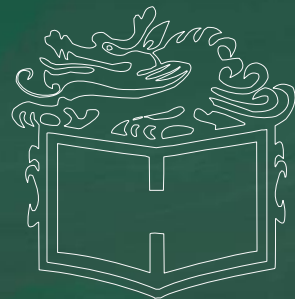
## 6.2 等差数列



自我反思  
目标检测



## 6.2 等差数列



继续探索  
活动探究

 读书部分：阅读教材相关章节

 书面作业：教材习题6.2A组（必做）

教材习题6.2B组（选做）

 实践调查：寻找生活中的等差  
数列求和实例

