

# 第四章 指数函数与对数函数

## 4.2 指数函数（第一课时）



# 创设情景 兴趣导入

## 问题

把一张纸对折，一次对折后得到2层，两次对折后得到4层，三次对折后得到8层，……，这张纸对折 $x$ 次后，得到纸的层数 $y$ 与 $x$ 的关系式是什么？

演示

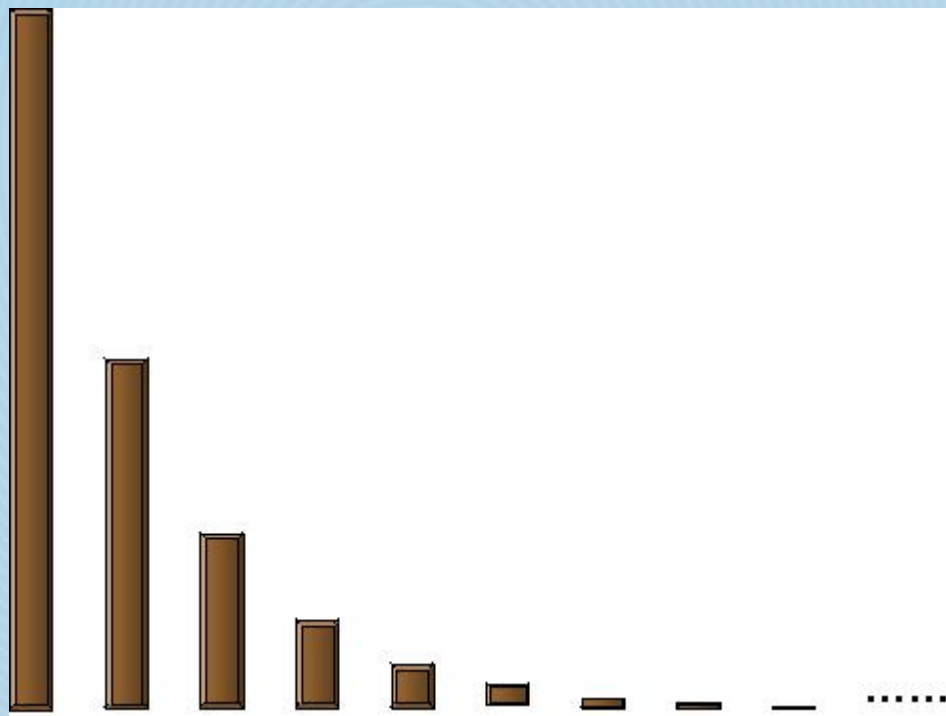
对折						
次数	1次	2次	3次	4次	x次	
纸的	2	4	8	16		
层数	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^x$	

归纳

函数为  $y = 2^x$  ( $x \in \mathbf{N}$ ) ,

其中指数  $x$  为自变量, 底 2 为常数

**引题2:**一把长为1尺的木棰，第一次截去它的一半，第二次截去剩余部分的一半，第三次截去第二次剩余部分的一半，依次截下去，问截的次数 $x$ 与剩下的尺子长度 $y$ 之间的关系.



# 截取次数

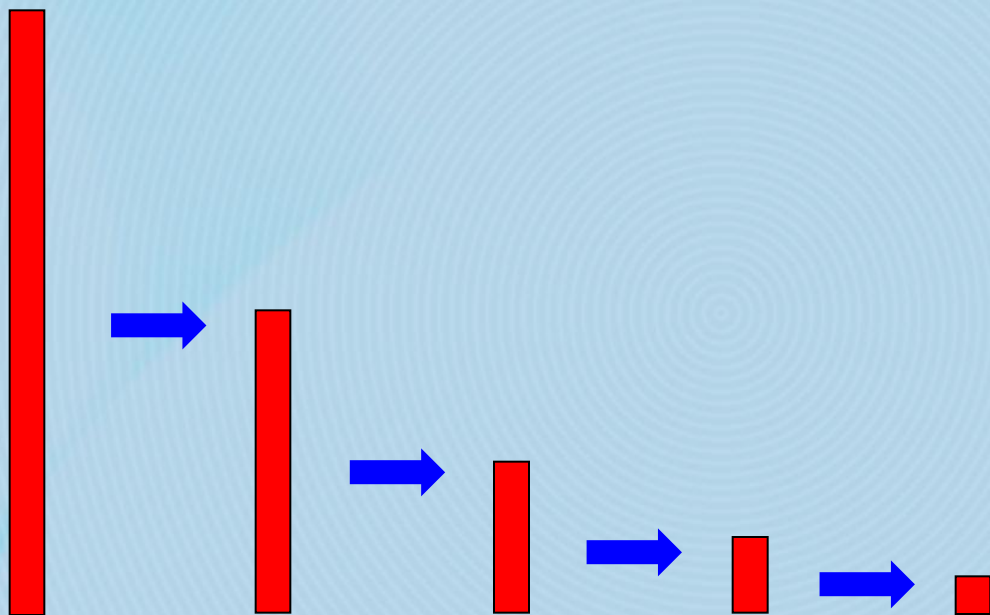
1次

2次

3次

4次

x次



$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

木樺  
剩余

$\frac{1}{2}$ 尺

$\frac{1}{4}$ 尺

$\frac{1}{8}$ 尺

$\frac{1}{16}$ 尺

$\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 尺

$$y = 2^x \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



思考：以上两个函数有何共同特征？

- (1)均为幂的形式;
- (2)底数是一个正的常数;
- (3)自变量x在指数位置.

$$y = a^x$$

# 动脑思考 探索新知

## 概念

形如  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的函数叫做指数函数. 其中  $x$  是自变量, 定义域为  $\mathbf{R}$ .



思考: 为何规定  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ?

当  $a \leq 0$  时,  $a^x$  有些会没有意义; 如:  $(-2)^{\frac{1}{2}}, 0^{-\frac{1}{2}}$

当  $a = 1$  时, 函数值  $y$  恒等于 1, 没有研究价值.

## 强调

$a^x$  前面的系数为 1

我是

我也是

我不是

我还不是  
你答对了吗?

练习1、下列函数中，哪些是指数函数

$$y = 4^x$$

$$y = 4^{-x}$$

$$y = x^4$$

$$y = -4^x$$

$$y = 4^{x+1}$$

我不是



# 动脑思考 探索新知

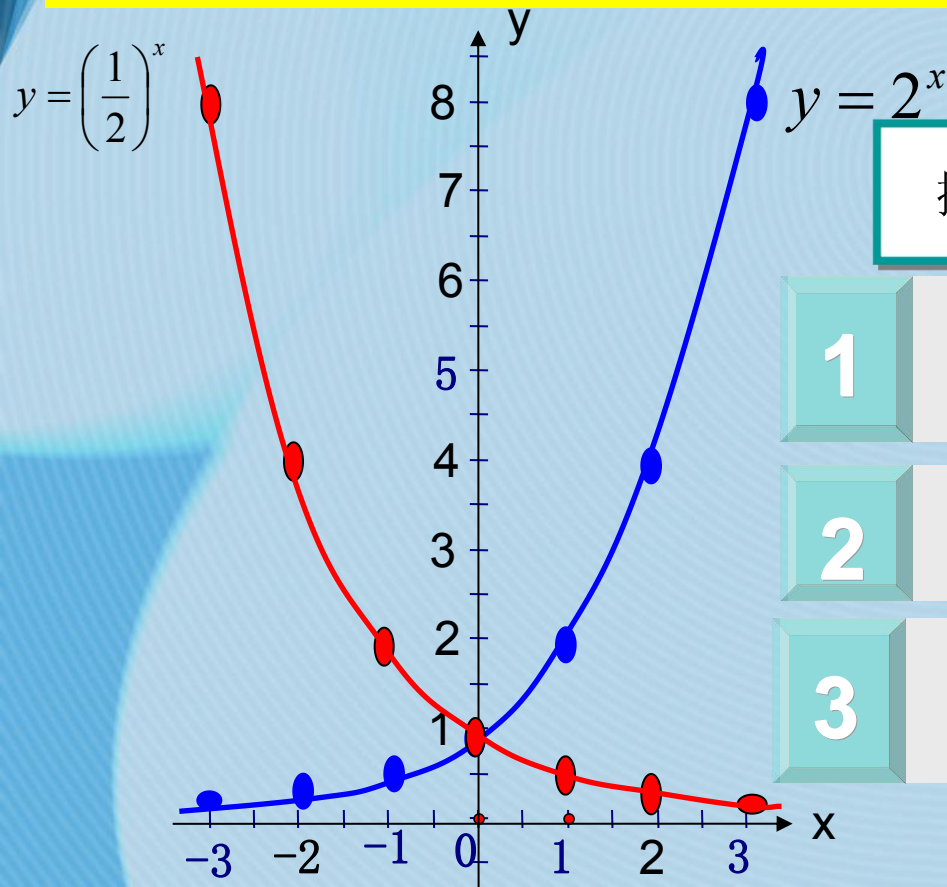
## 问题

利用“描点法”作指数函数  $y=2^x$  和  $y=(\frac{1}{2})^x$  的图像.

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y=2^x$	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
$y=(\frac{1}{2})^x$	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...

左右无限上冲天，  
永与横轴不沾边。

大1增，小1减，  
图像恒过(0,1)点。



指数函数  $y = a^x$  ( $a < 0$  且  $a \neq 1$ ) 具有下列性质:

1

函数的定义域是  $(-\infty, +\infty)$ . 值域为  $(0, +\infty)$ ;

2

函数图像经过点  $(0, 1)$ ;

3

当  $a > 1$  时, 函数在  $(-\infty, +\infty)$  内是增函数;

当  $0 < a < 1$  时, 函数在  $(-\infty, +\infty)$  内是减函数.

# 巩固知识 典型例题



例 1 判断下列函数在  $(-\infty, +\infty)$  内的单调性

(1)  $y = 4^x$ ; (2)  $y = 3^{-x}$ ; (3)  $y = 2^{\frac{x}{3}}$ .

解: (2)  $\because y = 3^{-x} = (3^{-1})^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$$\therefore a = \frac{1}{3} < 1$$

$\therefore y = 3^{-x}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内

(3)  $y = 2^{\frac{x}{3}} = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^x = \left(\sqrt[3]{2}\right)^x$

$$\therefore a = \sqrt[3]{2} > \sqrt[3]{1} = 1$$

$\therefore y = 2^{\frac{x}{3}}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是增函数

分析 判定指数函数单调性的关键在于判断底  $a$  的情况:

当  $a > 1$  时, 函数在  $(-\infty, +\infty)$  内是增函数;

当  $0 < a < 1$  时, 函数在  $(-\infty, +\infty)$  内是减函数.



# 巩固知识 典型例题



例2 已知指数函数  $f(x) = a^x$  的图像过点  $\left(2, \frac{9}{4}\right)$ ,

求  $f(3)$  的值.

解:  $\because f(x) = a^x$  的图像过点  $\left(2, \frac{9}{4}\right)$

$$\therefore a^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\because a > 0 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$\therefore f(3) = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$



# 运用知识 强化练习

## 练习4.2.1

练

习

1. 判断下列函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内的单调性:

(1)  $y = 0.9^x$ ;      (2)  $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-x}$ ;      (3)  $y = 3^{\frac{x}{2}}$ .

2. 已知指数函数  $f(x) = a^x$  满足条件  $f(-3) = \frac{8}{27}$ ,

求  $f(2)$  的值.

3. 求下列函数的定义域:

(1)  $y = \frac{3}{2^x - 1}$ ;      (2)  $y = \sqrt{3^x - 81}$ .

# 课堂小结 点滴收获：

➔ 1. 你学习了哪些内容？

➔ 2. 你会解决哪些新问题？

➔ 3. 在学习方法上你有哪些体会？

用2分钟

# 布置作业 继续探究

阅读

教材章节**4.2.1**

画图  
探究

用描点法画 $y = 2^x$ 和 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的图像

书写

学习与训练**4.2**

用1分钟

# 谢谢大家

## 再见

