



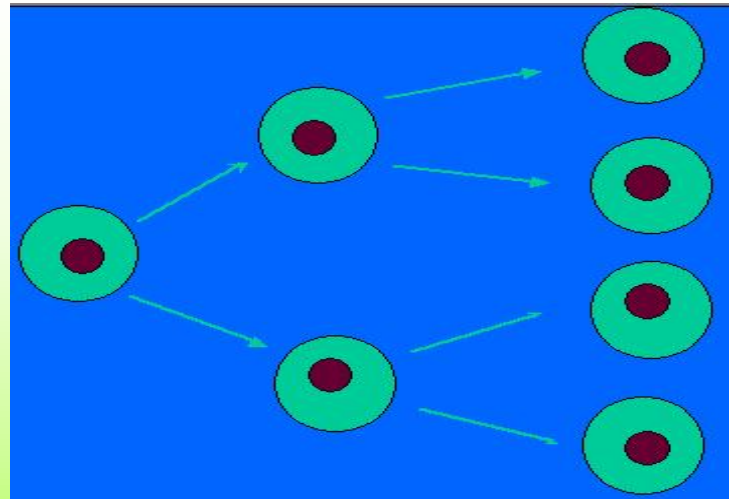
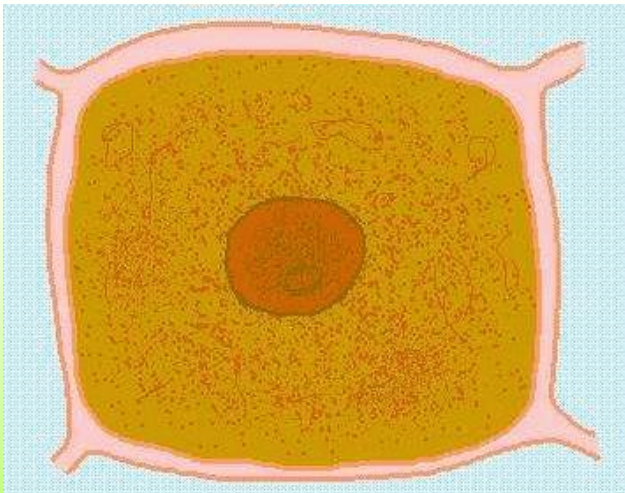
# 指数函数及其图像与性质



# 一、创设情境 认知概念

## 情景引入

引题1:某种细胞分裂时,由1个分裂成2个,2个分裂成4个..... 1个这样的细胞分裂 $x$ 次后,得到的细胞个数 $y$ 与 $x$ 的关系式是什么?



分裂  
次数

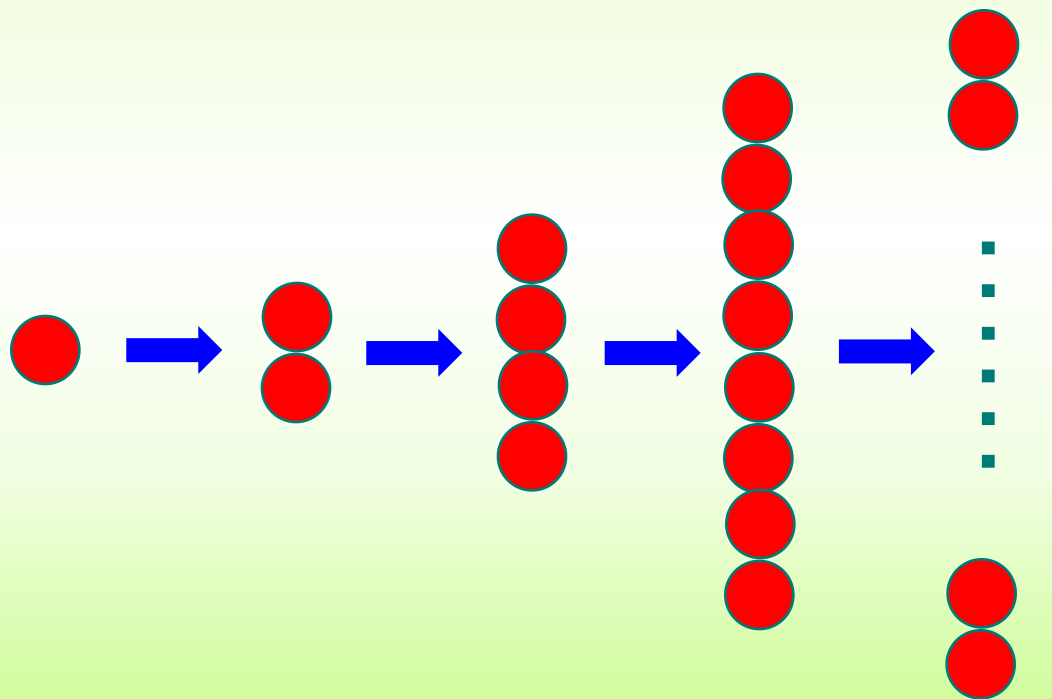
1次

2次

3次

4次

x次



$$y = 2^x$$

细胞  
总数

2个  
 $2^1$

4个  
 $2^2$

8个  
 $2^3$

16个  
 $2^4$

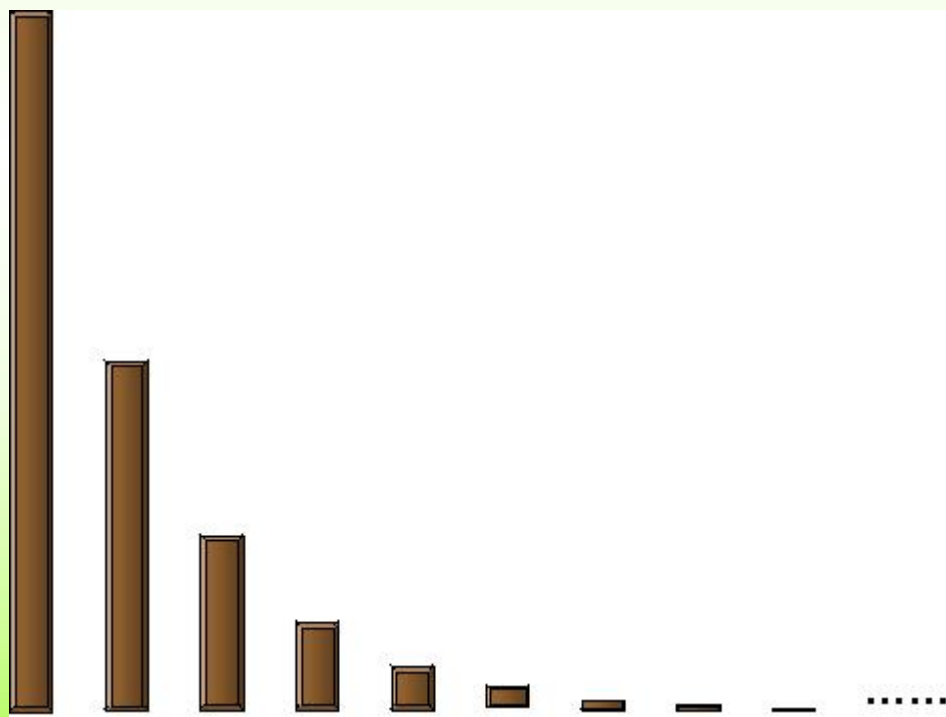
$$2^x$$

想一想

一尺之棰，日取其半，万世不竭！

-----庄子

**引题2:**一把长为1尺的木棰，第一次截去它的一半，第二次截去剩余部分的一半，第三次截去第二次剩余部分的一半，依次截下去，问截的次数 $x$ 与剩下的尺子长度 $y$ 之间的关系.



# 截取次数

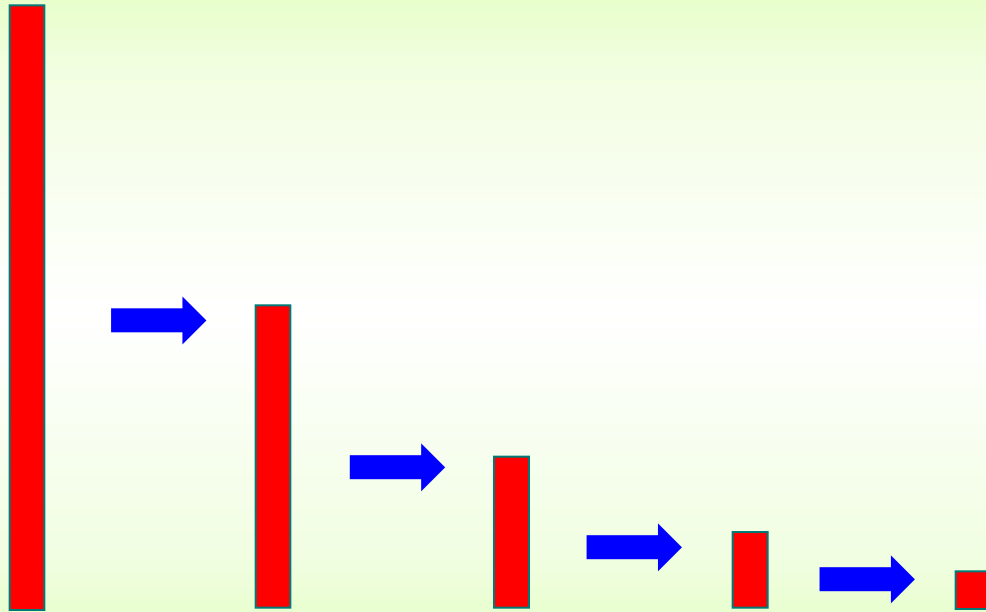
1次

2次

3次

4次

x次



$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

木槌  
剩余

$\frac{1}{2}$ 尺

$\frac{1}{4}$ 尺

$\frac{1}{8}$ 尺

$\frac{1}{16}$ 尺

$\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 尺

$$y = 2^x \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



思考：以上两个函数有何共同特征？

- (1)均为幂的形式;
- (2)底数是一个正的常数;
- (3)自变量x在指数位置.

$$y = a^x$$

# 指数函数的概念

形如 $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且 $a \neq 1$ ) 的函数叫做指数函数. 其中 $x$ 是自变量, 定义域为 $\mathbb{R}$ .



思考: 为何规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ?

当 $a \leq 0$ 时,  $a^x$ 有些会没有意义; 如: $(-2)^{\frac{1}{2}}$ ,  $0^{-\frac{1}{2}}$

当 $a = 1$ 时, 函数值 $y$ 恒等于1, 没有研究价值.



我是

我也是

我不是

我还不是  
你答对了吗?

练习1、下列函数中，哪些是指数函数

$$y = 4^x$$

$$y = 4^{-x}$$

$$y = x^4$$

$$y = -4^x$$

$$y = 4^{x+1}$$

我不是

练习2、函数 $y=(a^2-3a+3)a^x$ 是指数函数，求a的值.

解：由题意知

$$\begin{cases} a^2-3a+3=1 \\ a>0 \text{ 且 } a \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \text{ 或 } a=2 \\ a>0 \text{ 且 } a \neq 1 \end{cases}$$

$$\therefore a=2$$

## 二、提出问题 探求新知

画出下列函数图像

$$1) y = 2^x \quad 2) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad 3) y = 3^x \quad 4) y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

怎样得到指数函数图像？

指数函数图像的特点？

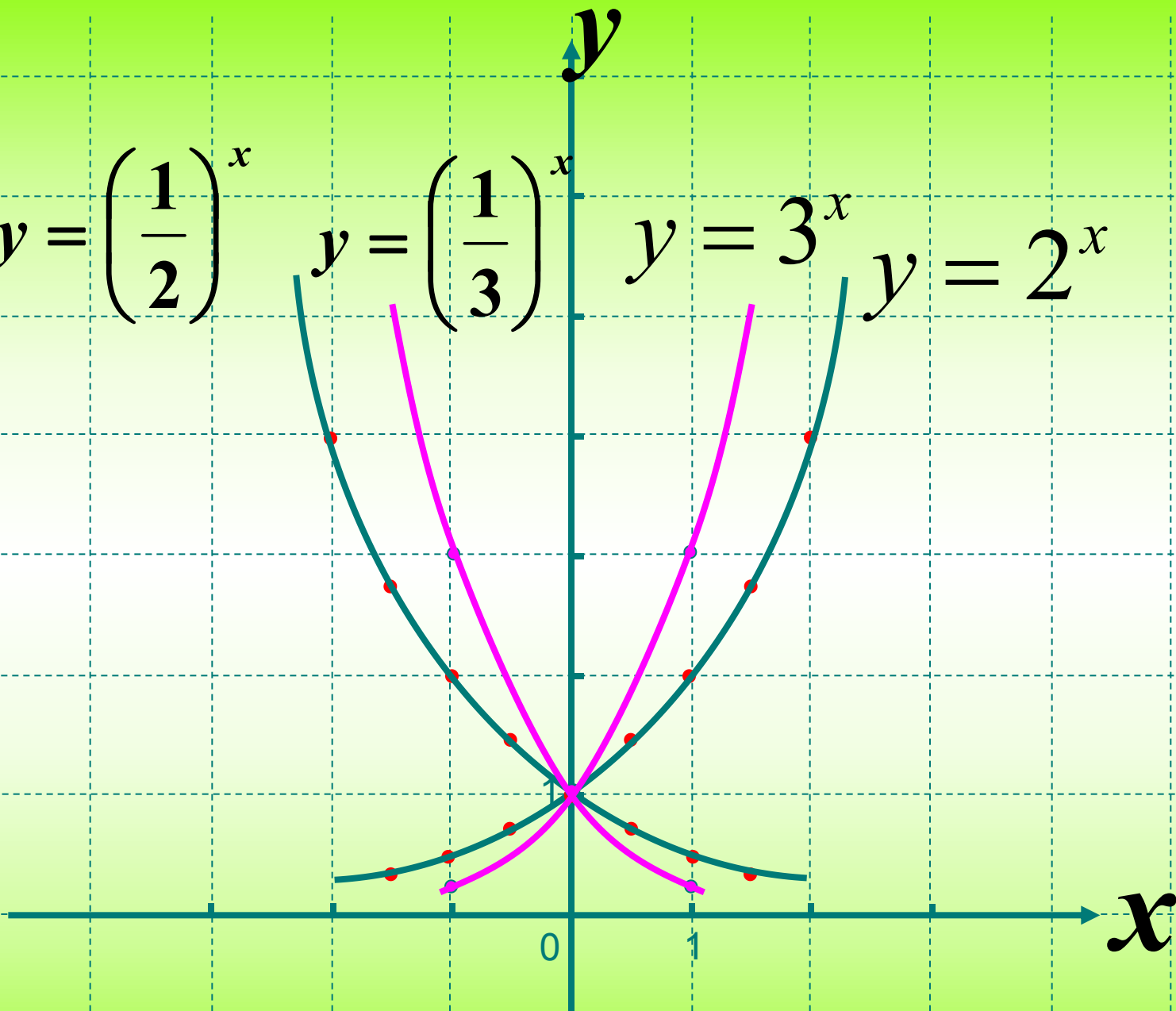
通过图像，你能发现指数函数的哪些性质？

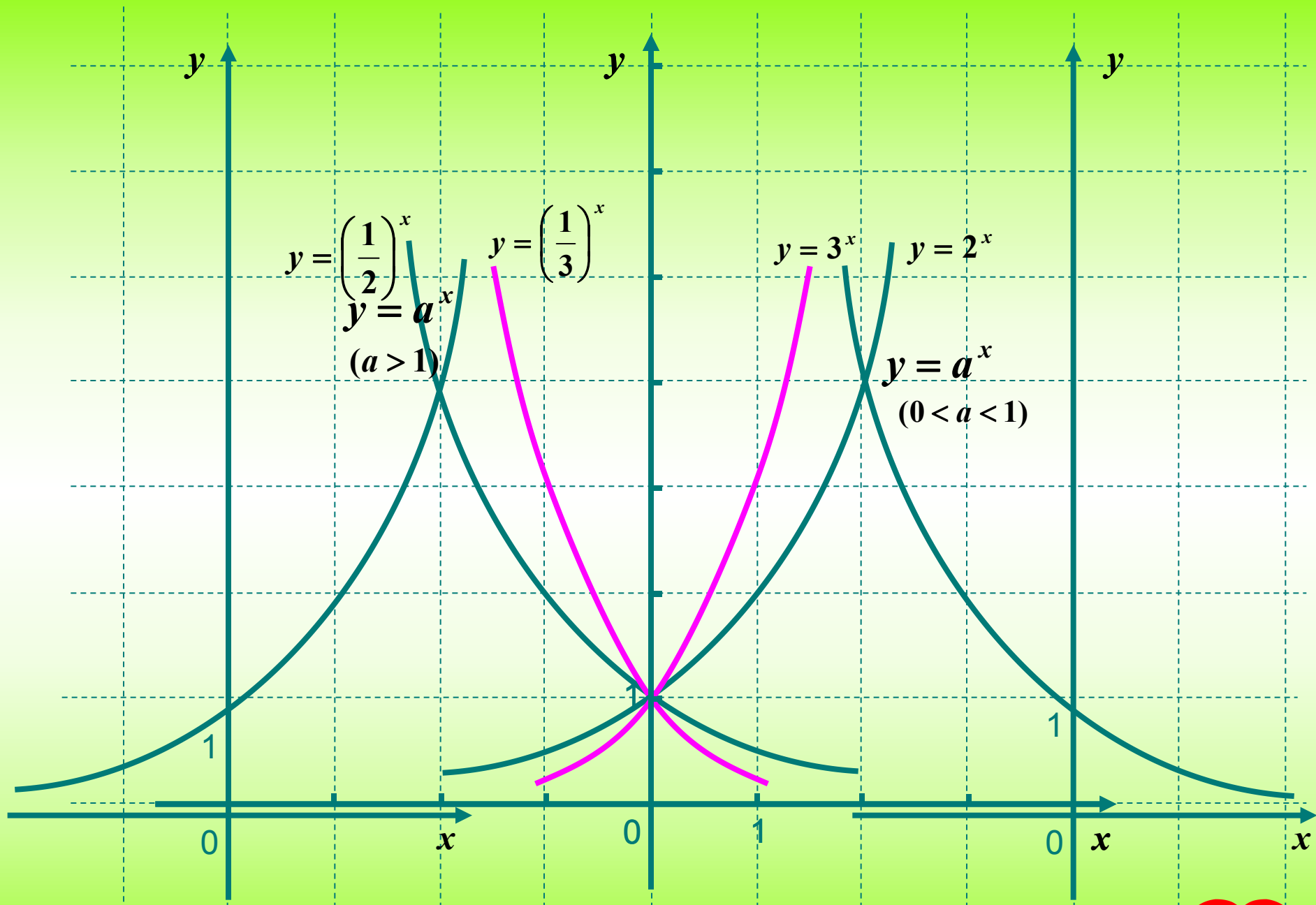
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

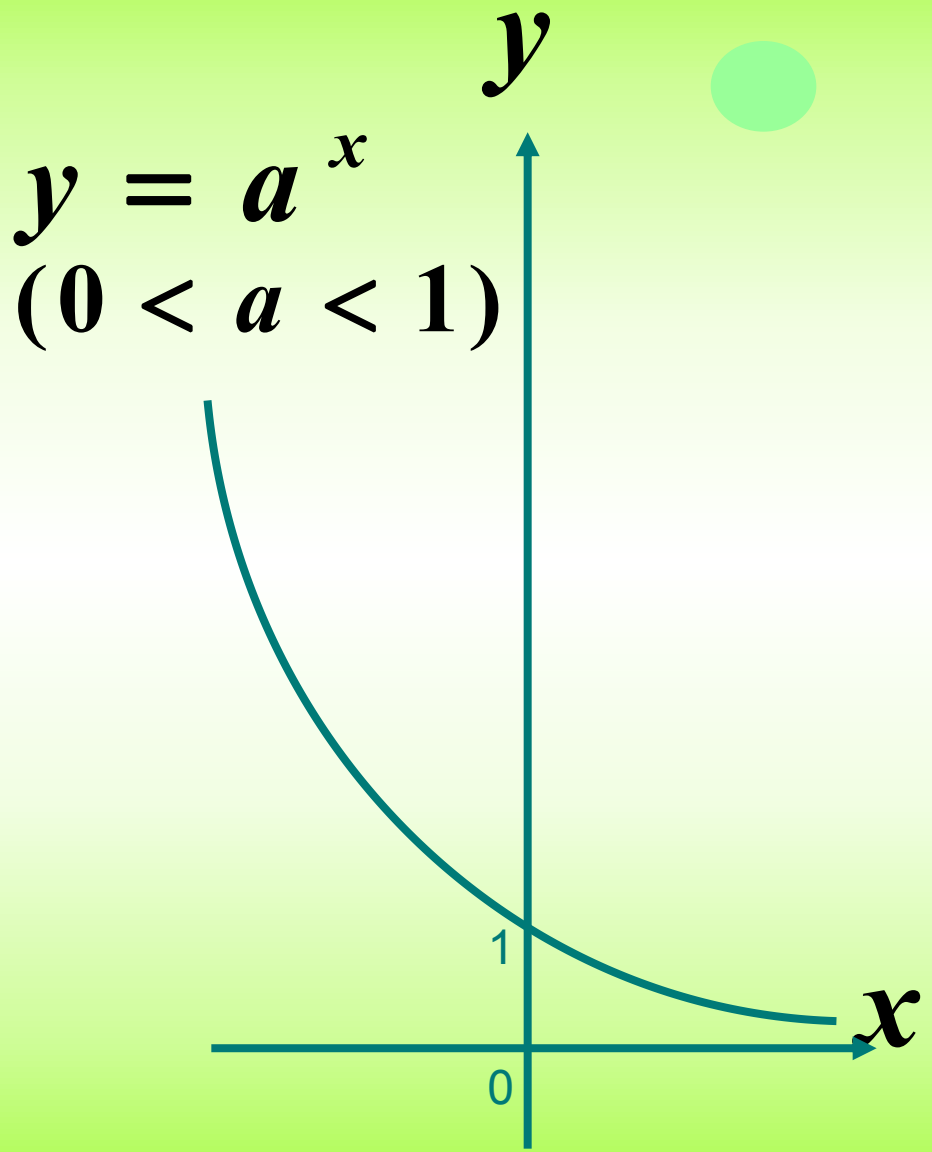
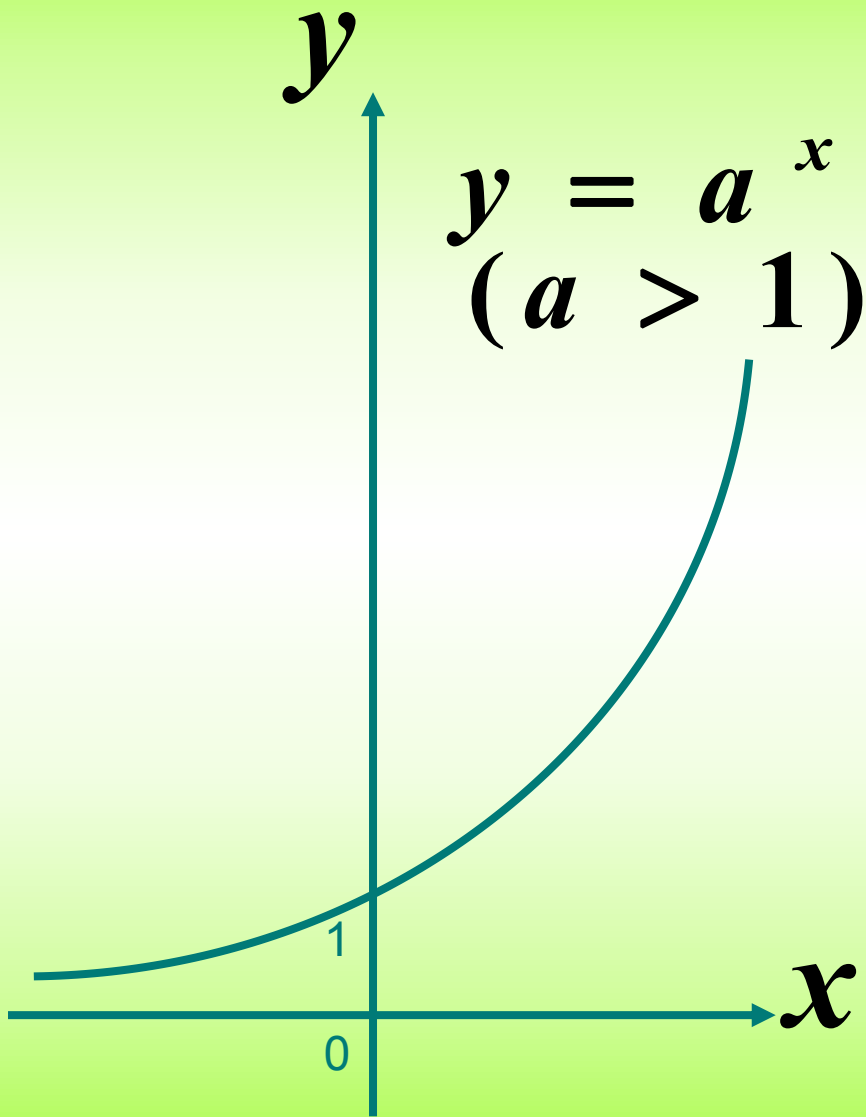
$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = 3^x$$

$$y = 2^x$$





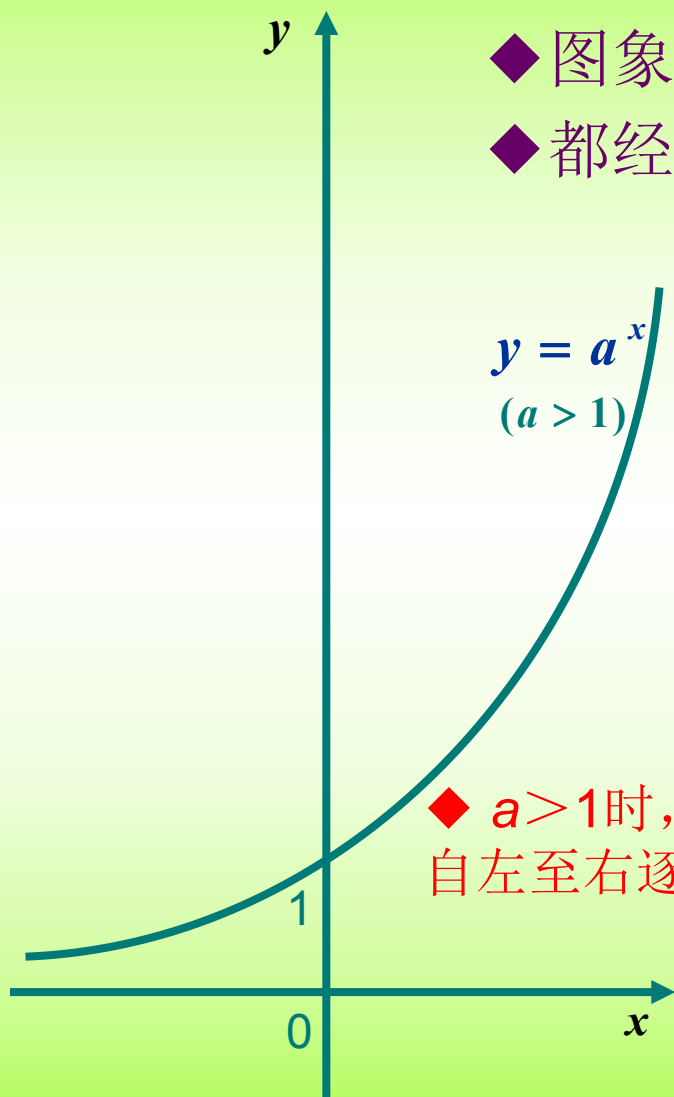


● 图象共同特征：

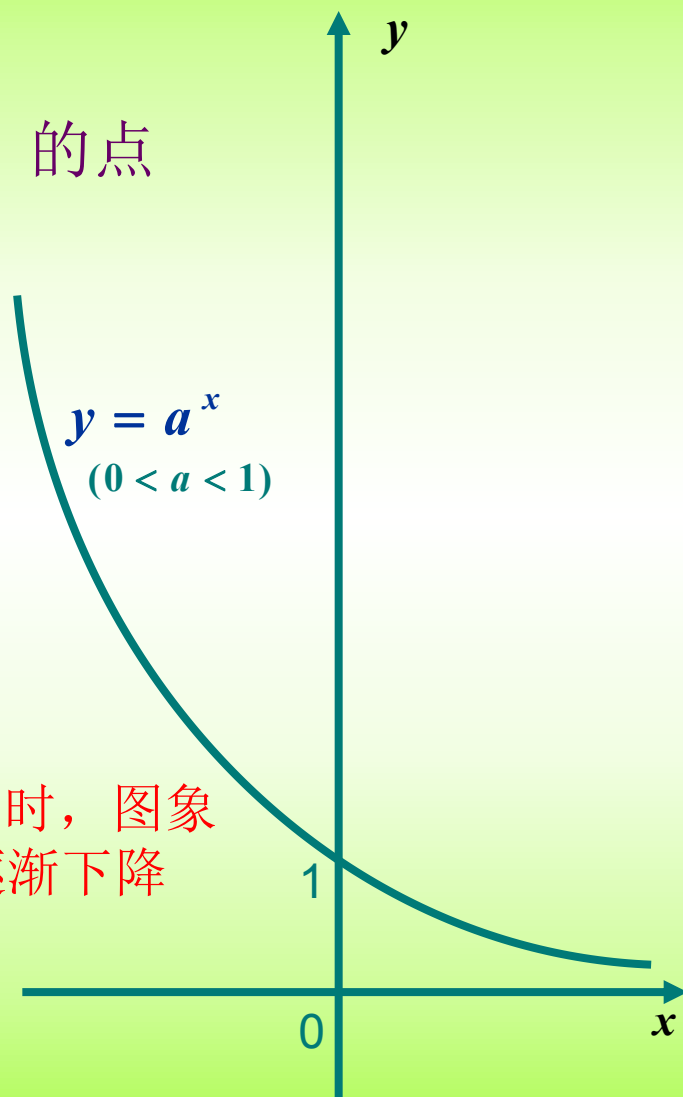
◆ 图象可向左、右两方无限伸展

◆ 图象都在x轴上方

◆ 都经过坐标为(0, 1)的点



◆  $a > 1$ 时, 图象  
自左至右逐渐上升



◆  $0 < a < 1$ 时, 图象  
自左至右逐渐下降

向上无限伸展, 向下与x轴无限接近

# 指数函数 $y = a^x$ 的图像及性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象	<p><math>y = a^x</math> (<math>a &gt; 1</math>)</p> <p><math>y = 1</math></p> <p><math>(0, 1)</math></p>	<p><math>y = a^x</math> (<math>0 &lt; a &lt; 1</math>)</p> <p><math>y = 1</math></p> <p><math>(0, 1)</math></p>
	<p>当 <math>x &gt; 0</math> 时, <math>y &gt; 1</math>.</p> <p>当 <math>x &lt; 0</math> 时, <math>0 &lt; y &lt; 1</math>.</p>	<p>当 <math>x &lt; 0</math> 时, <math>y &gt; 1</math>;</p> <p>当 <math>x &gt; 0</math> 时, <math>0 &lt; y &lt; 1</math>.</p>
性 质	<p>定义域: <math>\mathbb{R}</math></p> <p>值域: <math>(0, +\infty)</math></p> <p>恒过点: <math>(0, 1)</math>, 即 <math>x = 0</math> 时, <math>y = 1</math>.</p>	
	在 $\mathbb{R}$ 上是单调 <b>增函数</b>	在 $\mathbb{R}$ 上是单调 <b>减函数</b>

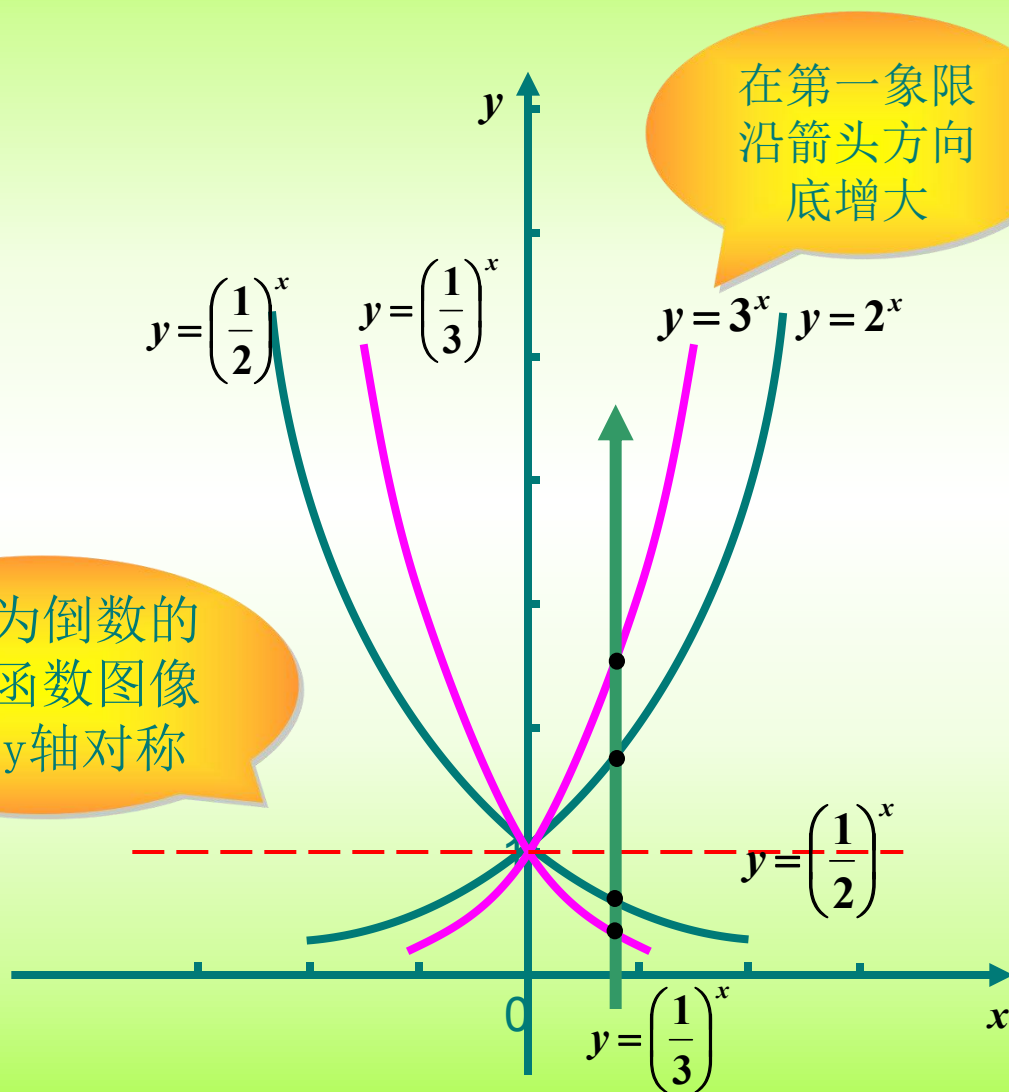


# 三、深化认识 加深理解

你还能发现指数函数图像和底数的关系吗？



底互为倒数的两个函数图像关于y轴对称



## 四、训练巩固 强化双基

**例1:** 判断下列函数在  $(-\infty, +\infty)$  内的单调性

1、  $y = 4^x$

2、  $y = 6^{-x}$

3、  $y = e^x$

❖ 解

1、  $y=4^x$  中，  $a=4 > 1$ ，

所以  $y=4^x$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是单调增函数。

2、  $y=6^{-x} = (\frac{1}{6})^x$  中  $0 < \frac{1}{6} < 1$ ，

所以  $y=6^{-x}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是单调减函数。

3、  $y=e^x$  中，  $a=e > 1$ ，

所以  $y=e^x$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是单调增函数。

## 例2: 比较下列各题中两值的大小

(1)  $1.7^{2.5}$ ,  $1.7^{3.0}$

同底指数幂比大小，  
构造指数函数，利用  
函数单调性

同底比较大小

(2)  $0.8^{-0.1}$ ,  $0.8^{-0.2}$

同指数不同底数比  
大小，构造指数函数，  
利用图像进行比较

(3)  $2^{0.3}$ ,  $3^{0.3}$

指数相同

(4)  $1.7^{0.3}$ ,  $0.9^{3.1}$

底不同，指数不同

利用函数图像  
或中间变量进行  
比较

- ❖ 1) 因为  $1.7 > 1$ , 所以  $y=1.7^x$  在  $\mathbb{R}$  上是单调增函数。又因为  $2.5 < 3$ , 所以  $1.7^{2.5} < 1.7^3$
- ❖ 2) 因为  $0 < 0.8 < 1$ , 所以  $y=0.8^x$  在  $\mathbb{R}$  上是单调减函数。又因为  $-0.1 > -0.2$ , 所以  $0.8^{-0.1} < 0.8^{-0.2}$
- ❖ (3) 在  $y_1=2^x$  与  $y_2=3^x$  中, 令  $x=0.3$ , 由图像知,  $y_1 < y_2$ , 即  $2^{0.3} < 3^{0.3}$
- ❖ 4) 因为  $1.7^{0.3} > 1.7^0 = 1$ ,  $0 < 0.9^{3.1} < 0.9^0 = 1$ , 所以  $1.7^{0.3} > 0.9^{3.1}$

## 比较指数大小的方法

①构造函数法：要点是利用函数的单调性，数的特征是**同底不同指**（包括可以化为同底的），若底数是参变量要注意分类讨论。

②搭桥比较法：用别的数如0或1做桥。数的特征是**不同底不同指**。

练习3、比较下列各小题中两个实数的大小？

(1)  $2.7^{1.5}$  与  $2.7^{1.6}$       (2)  $3^{0.7}$  与  $3^{-1.2}$

(3)  $0.2^{-2.5}$  与  $0.2^{-3.5}$       (4)  $0.2^{0.2}$  与  $0.3^{0.2}$

(5)  $0.1^{-5}$  与  $2.1^{-1}$

练习4、指数函数  $y=(a+1)^x$  在  $\mathbb{R}$  上是减函数，求  $a$  的取值范围？

## 五、归纳总结 拓展深化

在小结归纳中我将从学生的知识，方法和体验入手，带领学生从以下三个方面进行小结：

- (1) 通过本节课的学习，你学到了那些知识？
- (2) 你又掌握了哪些学习方法？
- (3) 你能将指数函数学习与实际生活联系起来吗？



# 小结

- 1、理解指数函数定义
- 2、会作指数函数图象
- 3、掌握指数函数性质
- 4、解决简单问题
- 5、使学生学会认识事物的特殊性与一般性之间的关系

## 六、布置作业 提高升华

必做题 1、P75 1题

2、比较下列各题中两数的大小：

1)  $3.1^{-2}$ 与 $3.1^{-3}$ ;

2)  $0.3^{-0.2}$ 与 $0.3^{0.5}$

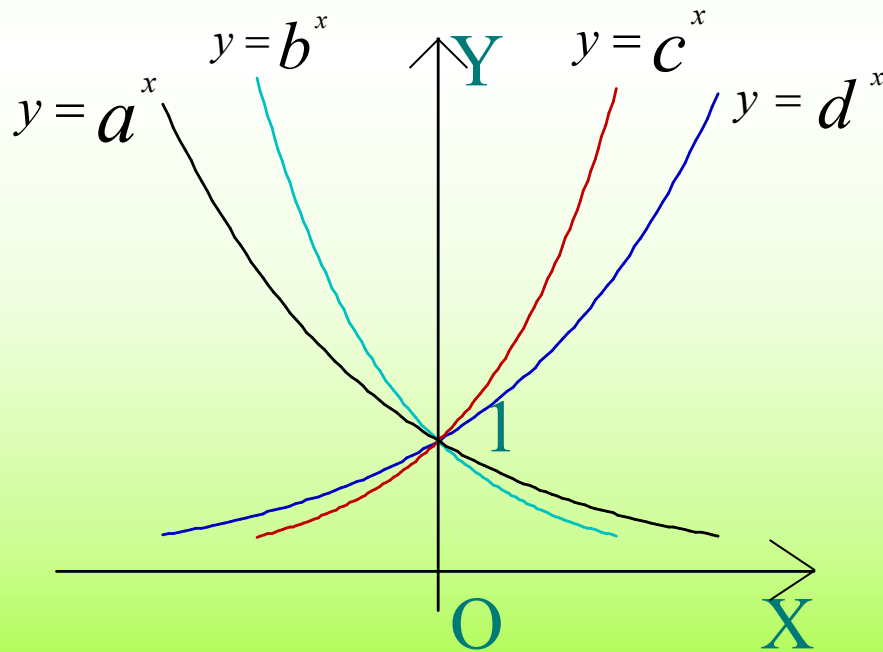
3)  $0.9^{-0.1}$ 与 $1.2^{-0.3}$

## 选做题

指数函数  $y = a^x, y = b^x, y = c^x, y = d^x$

的图象如下图所示，则底数  $a, b, c, d$  与正整数 **1**

共五个数，从大到小的顺序是：\_\_\_\_\_.



# 思考题：

A先生从今天开始每天给你10万元,而你承担如下任务:第一天给A先生1元,第二天给A先生2元,第三天给A先生4元,第四天给A先生8元,依次下去, ..., A先生要和你签定15天的合同,你同意吗? 又A先生要和你签定30天的合同,你能签这个合同吗?

谢谢大家

