

七年级数学必刷题 (16)

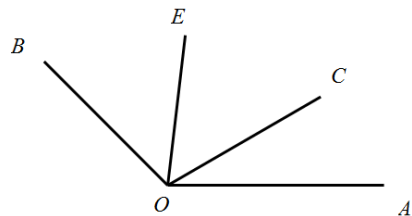
角度专练 (二)

建议完成时间: 50 分钟

题目来源: 17-18 各个区期末真题节选

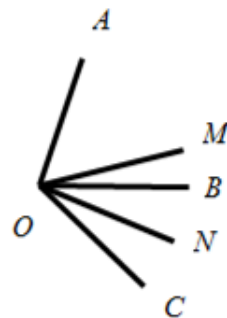
1. 如图, 已知 OC 是 $\angle AOB$ 内部的一条射线, OE 是 $\angle COB$ 的平分线, $\angle EOC$ 和 $\angle AOC$ 互余, 当 $\angle BOE=50^\circ$ 时, $\angle AOB$ 的度数是 ().

- A. 160° B. 140°
C. 120° D. 110°



2. 如图, $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 互补, $\angle AOB=\alpha$, OM 是 $\angle AOC$ 的平分线, ON 是 $\angle BOC$ 的平分线, $\angle MON$ 的度数是 ().

- A. $180^\circ - 2\alpha$ B. $\frac{1}{2}\alpha$
C. $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ D. $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

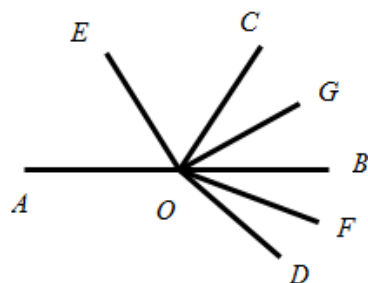


3. 如图, O 为直线 AB 上一点, $\angle DOC$ 为直角, OE 平分 $\angle AOC$, OG 平分 $\angle BOC$, OF 平分 $\angle BOD$, 下列结论:

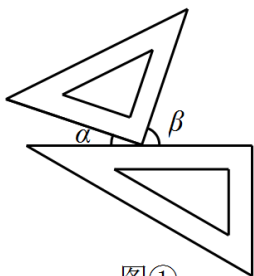
- ① $\angle AOE$ 与 $\angle BOG$ 互余 ② $\angle EOF$ 与 $\angle GOF$ 互补
③ $\angle DOE$ 与 $\angle BOG$ 互补 ④ $\angle AOC - \angle BOD = 90^\circ$

其中正确的有 () 个.

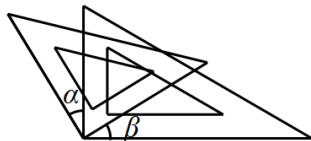
- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1



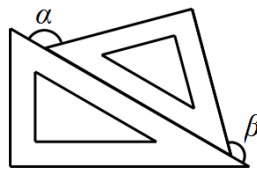
4. 如图, 将一副三角尺按如下四种不同的位置摆放, 则 $\angle \alpha$ 与 β 互为余角的是 ().



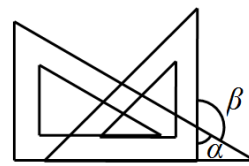
图①



图②



图③



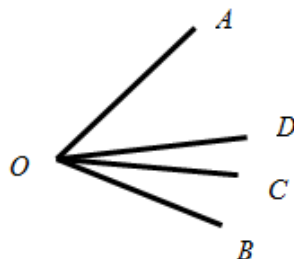
图④

- A. 图① B. 图① C. 图① D. 图①

5. 计算: $67^{\circ}33' - 48^{\circ}39' =$ _____.

6. 一个锐角的余角的 4 倍比这个角的补角大 30° , 则这个角度数为_____度.

7. 如图, 已知 $\angle BOC$ 在 $\angle AOB$ 的内部, $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互余, OD 平分 $\angle AOB$, $\angle AOB = 70^{\circ}$, 则 $\angle COD =$ _____.



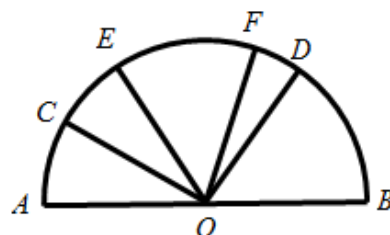
8. 如图, 点 C, D 是半圆弧上的两个动点, 在运动的过程中, 保持 $\angle COD = 90^{\circ}$.

(1) 如图, OE 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOD$, 则 $\angle EOF$ 的度数是_____;

(2) 如图, 已知 $\angle AOC$ 的度数为 x , OE 平分 $\angle AOD$, OF 平分 $\angle BOC$,

①直接写出 $\angle AOD$ 的度数为_____, $\angle BOC$ 的度数为_____.

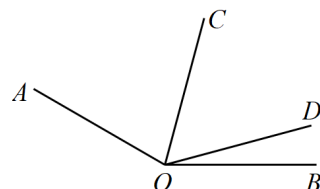
②求出 $\angle EOF$ 的度数.



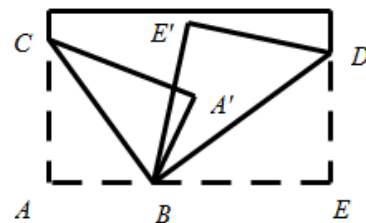
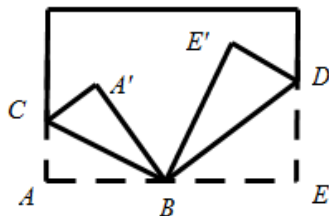
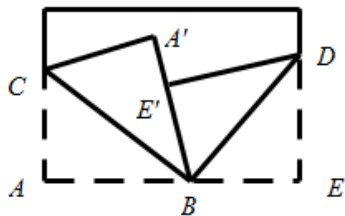
9. (本题满分 10 分) 已知 $\angle AOB$.

(1) 如图 1, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, D 是 $\angle BOC$ 内一点, 若 $\angle AOC = 5\angle BOD$, $\angle AOB = 150^{\circ}$, 求 $\angle AOD$ 的度数;

(2) OE 是 $\angle AOB$ 的三等分线, T 是 $\angle AOB$ 内部一点, 且 $\angle BOT + \angle EOA = \angle AOT$, 求 $\angle AOB : \angle TOB$ 的值.

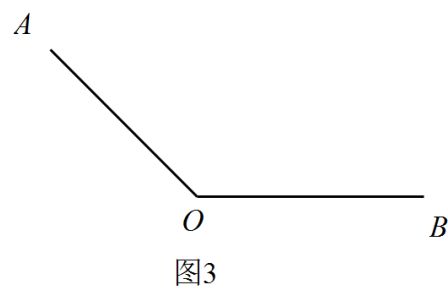
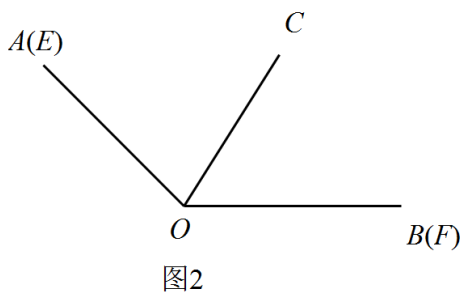
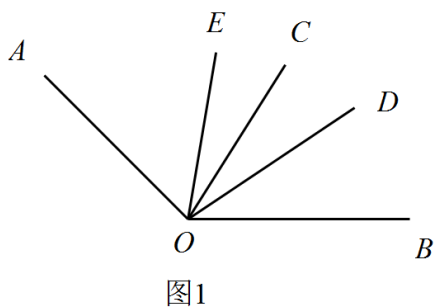


10. (1) 将一张长方形纸片按如图 1 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 求 $\angle CBD$ 的度数;
- (2) 将一张长方形纸片按如图 2 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 若 $\angle A'BE' = 50^\circ$, 求 $\angle CBD$ 的度数;
- (3) 将一张长方形纸片按如图 3 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 若 $\angle A'BE' = \alpha$, 请直接写出 $\angle CBD$ 的度数 (用含 α 的式子表示).



11. 已知 $\angle AOB = 150^\circ$, OC 为 $\angle AOB$ 内部一条射线, $\angle BOC = 60^\circ$;

- (1) 如图 1, 若 OE 平分 $\angle AOB$, OD 为 $\angle BOC$ 内部的一条射线, $\angle COD = \frac{1}{2} \angle BOD$, 求 $\angle DOE$ 的度数;
- (2) 如图 2, 若射线 OE 绕着 O 点从 OA 开始以 15 度/秒的速度顺时针转至 OB 结束, OF 绕着 O 点从 OB 开始以 5 度/秒的速度逆时针旋转至 OA 结束, 运动时间为 t 秒. 当 $\angle EOC = \angle FOC$ 时, 求 t 的值;
- (3) 若射线 OM 绕着 O 点从 OA 开始以 15 度/秒的速度逆时针旋转至 OB 结束. 在旋转过程中, ON 平分 $\angle AOM$. 试问 $2\angle BON - \angle BOM$ 在某段时间内是否为定值? 若不是, 请说明理由; 若是, 请补全图形. 求这个定值并写出 t 所在的时间段. (本题中的角均为大于 0° 且小于 180° 的角)



七年级数学必刷题 (16)

角度专练 (二)

建议完成时间：50 分钟

题目来源：17-18 各个区期末真题节选

1. 如图，已知 OC 是 $\angle AOB$ 内部的一条射线， OE 是 $\angle COB$ 的平分线，

$\angle EOC$ 和 $\angle AOC$ 互余，当 $\angle BOE=50^\circ$ 时， $\angle AOB$ 的度数是 () .

- A. 160° B. 140°
C. 120° D. 110°

【参考答案】B

$\because OE$ 是 $\angle COB$ 的平分线

$$\therefore \angle EOC = \angle BOE = 50^\circ$$

又 $\because \angle EOC$ 和 $\angle AOC$ 互余

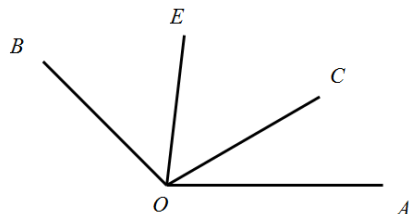
$$\therefore \angle EOC + \angle AOC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EOC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOE + \angle EOC + \angle AOC$$

$$= 50^\circ + 50^\circ + 40^\circ$$

$$= 140^\circ$$



2. 如图， $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 互补， $\angle AOB = \alpha$ ， OM 是 $\angle AOC$ 的平分线，

ON 是 $\angle BOC$ 的平分线， $\angle MON$ 的度数是 () .

- A. $180^\circ - 2\alpha$ B. $\frac{1}{2}\alpha$
C. $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ D. $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

【参考答案】B

$\because OM$ 是 $\angle AOC$ 的平分线， ON 是 $\angle BOC$ 的平分线

设 $\angle AOM = \angle COM = x$ ， $\angle BON = \angle CON = y$

则 $\angle MON = \angle MOC - \angle AOC$

$$= x - y$$

$$\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC$$

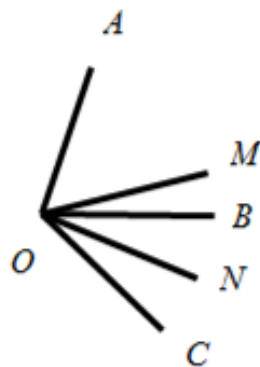
$$= 2x - 2y$$

$$\because \angle AOB = \alpha$$

$$\therefore 2x - 2y = \alpha$$

$$\therefore x - y = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\therefore \angle MON = \frac{1}{2}\alpha$$

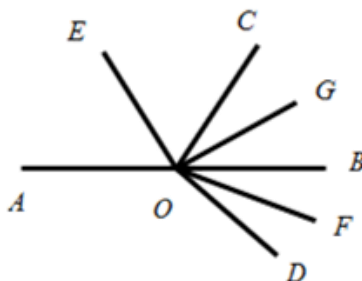


3. 如图, O 为直线 AB 上一点, $\angle DOC$ 为直角, OE 平分 $\angle AOC$, OG 平分 $\angle BOC$, OF 平分 $\angle BOD$, 下列结论:

- ① $\angle AOE$ 与 $\angle BOG$ 互余 ② $\angle EOF$ 与 $\angle GOF$ 互补
③ $\angle DOE$ 与 $\angle BOG$ 互补 ④ $\angle AOC - \angle BOD = 90^\circ$

其中正确的有 () 个.

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1



【参考答案】B

OE 平分 $\angle AOC$, OG 平分 $\angle BOC$

$$\therefore \angle AOE = \frac{1}{2}\angle AOC, \quad \angle BOG = \frac{1}{2}\angle BOC$$

$$\therefore \angle AOE + \angle BOG = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOC) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

① 正确

$$\text{由①知, } \angle EOG = 180^\circ - (\angle AOE + \angle BOG) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\because \angle DOC = 90^\circ$, OG 平分 $\angle BOC$, OF 平分 $\angle BOD$,

$$\therefore \angle GOF = \angle BOG + \angle BOF = \frac{1}{2}\angle BOC + \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2}\angle COD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle EOF + \angle GOF = \angle EOG + 2\angle GOF = 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

② 正确

$$\because \angle DOE + \angle DOG = \angle EOF + \angle DOF + \angle FOG + \angle DOG$$

$$\because \angle EOF + \angle GOF = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DOE + \angle DOG = 180^\circ + 2\angle DOF$$

③ 错误

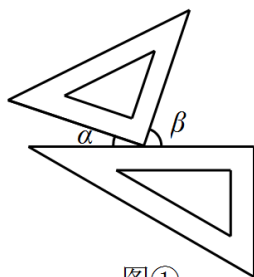
$$\because \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$$

$$\angle BOC = 90^\circ - \angle BOD$$

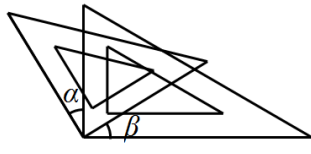
$$\therefore \angle AOC - \angle BOD = 90^\circ$$

④ 正确

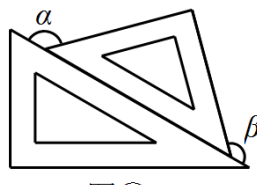
4. 如图, 将一副三角尺按如下四种不同的位置摆放, 则 $\angle \alpha$ 与 β 互为余角的是 () .



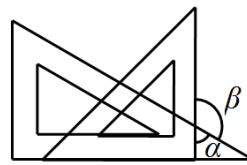
图①



图②



图③



图④

A. 图①

B. 图②

C. 图③

D. 图④

【参考答案】A

5. 计算: $67^{\circ}33' - 48^{\circ}39' =$ _____.

【参考答案】 $18^{\circ} 54'$

6. 一个锐角的余角的 4 倍比这个角的补角大 30° , 则这个角度数为_____度.

【参考答案】 50°

设这个锐角为 x ,

$$4(90^{\circ} - x) - 30^{\circ} = 180^{\circ} - x$$

$$x = 50^{\circ}$$

7. 如图, 已知 $\angle BOC$ 在 $\angle AOB$ 的内部, $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互余, OD 平分 $\angle AOB$, $\angle AOB = 70^{\circ}$, 则 $\angle COD =$ _____.

【参考答案】 15°

设 $\angle AOD = \angle BOD = x$, $\angle BOC = y$

$$\angle COD = \angle BOD - \angle BOC$$

$$= x - y$$

$\because \angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互余

$$\therefore \angle AOB + \angle BOC$$

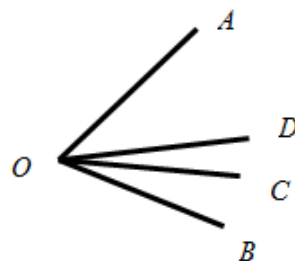
$$= 2x + y$$

$$= 90^{\circ}$$

又 $\because \angle AOB = 70^{\circ}$

可知 $x = 35^{\circ}$, $y = 20^{\circ}$

$$\therefore \angle COD = x - y = 15^{\circ}$$



8. 如图, 点 C 、 D 是半圆弧上的两个动点, 在运动的过程中, 中保持 $\angle COD=90^\circ$.

(1) 如图, OE 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOD$, 则 $\angle EOF$ 的度数是_____;

(2) 如图, 已知 $\angle AOC$ 的度数为 x , OE 平分 $\angle AOD$, OF 平分 $\angle BOC$,

①直接写出 $\angle AOD$ 的度数为_____, $\angle BOC$ 的度数为_____.

②求出 $\angle EOF$ 的度数.

【参考答案】(1) 135° (2) ① $90^\circ + x$, $180^\circ - x$ ② 45°

解: (1) $\because OE$ 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOD$

设 $\angle AOE = \angle EOC = x$, $\angle BOF = \angle DOF = y$

$\angle EOF = \angle EOC + \angle DOF + \angle COD$

$$= x + y + 90^\circ$$

$\angle AOC + \angle BOF = 2x + 2y$

$\angle AOC + \angle BOF = 180^\circ - \angle COD$

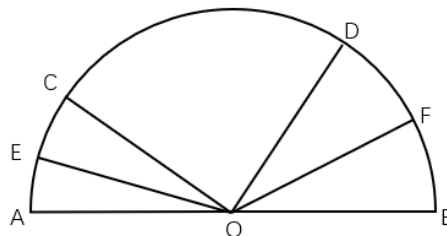
$$= 180^\circ - 90^\circ$$

$$= 90^\circ$$

$$\therefore 2x + 2y = 90^\circ$$

$$\therefore x + y = 45^\circ$$

$$\angle EOF = x + y + 90^\circ = 135^\circ$$



(2) ①在图中标出 x 即可看出

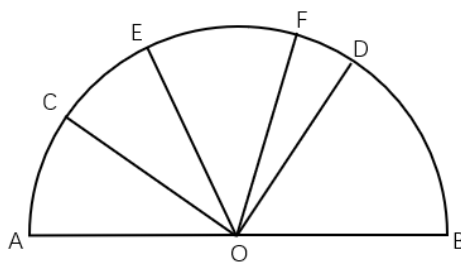
② $\angle EOF = 180^\circ - \angle AOE - \angle BOF$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} \angle AOD - \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (90^\circ + x) - \frac{1}{2} (180^\circ - x)$$

$$= 180^\circ - 45^\circ - \frac{1}{2}x - 90^\circ + \frac{1}{2}x$$

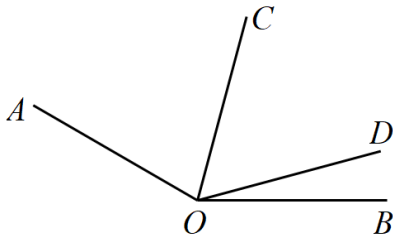
$$= 45^\circ$$



9. (本题满分 10 分) 已知 $\angle AOB$.

(1) 如图 1, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, D 是 $\angle BOC$ 内一点, 若 $\angle AOC = 5\angle BOD$, $\angle AOB = 150^\circ$, 求 $\angle AOD$ 的度数;

(2) OE 是 $\angle AOB$ 的三等分线, T 是 $\angle AOB$ 内部一点, 且 $\angle BOT + \angle EOA = \angle AOT$, 求 $\angle AOB : \angle TOB$ 的值.



解: (1) $\because \angle AOC = 5\angle BOD$

设 $\angle BOD = x$, 则 $\angle AOC = 5x$

又 $\because OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线

$$\therefore \angle BOC = \angle AOC = 5x$$

$$\therefore \angle COD = \angle BOC - \angle BOD$$

$$= 5x - x$$

$$= 4x$$

$$\angle AOD = \angle AOC + \angle COD$$

$$= 5x + 4x$$

$$= 9x$$

$$\angle AOB = \angle BOC + \angle AOC$$

$$= 10x$$

$$\because \angle AOB = 150^\circ$$

$$\therefore 10x = 150^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

$$\angle AOD = 9x$$

$$= 9 \times 15^\circ$$

$$= 135^\circ$$

(2) ①当 OT 靠近 OA 边时,

$$\because \angle BOT + \angle EOA = \angle AOT$$

可知 $\angle BOT = \angle EOT$

此时 OT 为 $\angle AOB$ 的另一条三等分线

所以 $\angle AOB : \angle BOT = 3 : 1$

②当 OT 靠近 OB 边时,

$$\angle BOE = \frac{1}{3} \angle AOB$$

$$\because \angle BOT + \angle EOA = \angle AOT$$

可知 $\angle BOT = \angle EOT$

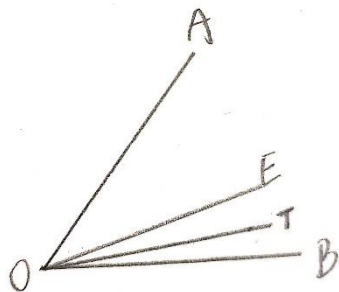
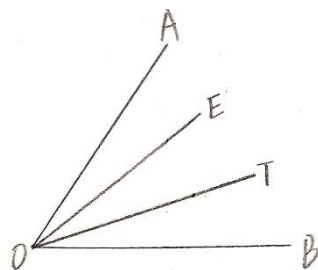
$$\therefore \angle BOT = \frac{1}{2} \angle BOE$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{6} \angle AOB$$

$\therefore \angle AOB : \angle BOT = 6 : 1$

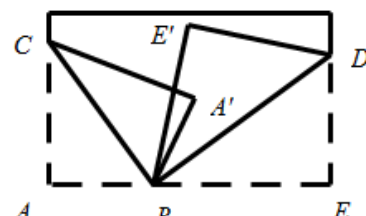
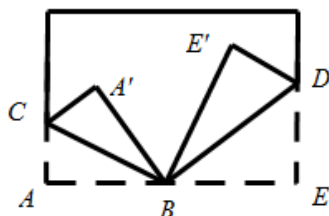
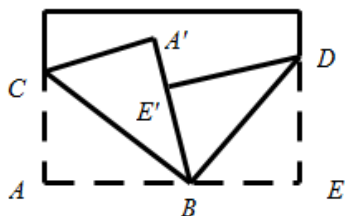
综上所述, $\angle AOB : \angle BOT$ 的值为 3 或 6.



10. (1) 将一张长方形纸片按如图 1 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 求 $\angle CBD$ 的度数;

(2) 将一张长方形纸片按如图 2 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 若 $\angle A'BE' = 50^\circ$, 求 $\angle CBD$ 的度数;

(3) 将一张长方形纸片按如图 3 所示的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 若 $\angle A'BE' = \alpha$, 请直接写出 $\angle CBD$ 的度数 (用含 α 的式子表示).



解 (1) 由折叠可知:

$$\angle ABC = \angle A'BC = \frac{1}{2} \angle ABA', \quad \angle EBD = \angle E'BD = \frac{1}{2} \angle EBE'$$

$$\text{设 } \angle ABC = \angle A'BC = x, \quad \angle EBD = \angle E'BD = y$$

$$\angle CBD = \angle COA' + \angle DBA'$$

$$= x + y$$

$$\angle ABA' + \angle EBE'$$

$$= 2x + 2y$$

$$\because \angle ABA' + \angle EBE' = 180^\circ$$

$$\therefore 2x + 2y = 180^\circ$$

$$\therefore x + y = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBD = 90^\circ$$

$$(2) \text{ 设 } \angle ABC = \angle A'BC = x, \quad \angle EBD = \angle E'BD = y$$

$$\angle CBD = \angle CDA' + \angle DBE' + \angle A'BE'$$

$$= x + y + 50^\circ$$

$$\because \angle ABA' + \angle EBE' + \angle A'BE' = 180^\circ$$

$$\text{即 } 2x + 2y + 50^\circ = 180^\circ$$

$$x + y = 65^\circ$$

$$\therefore \angle CBD = x + y + 50^\circ = 115^\circ$$

$$(3) \text{ 设 } \angle ABC = \angle A'BC = x, \quad \angle EBD = \angle E'BD = y$$

$$\angle CBD = \angle CDA' + \angle DBE' - \angle A'BE'$$

$$= x + y - \alpha$$

$$\because \angle ABA' + \angle EBE' - \angle A'BE' = 180^\circ$$

$$\text{即 } 2x + 2y - \alpha = 180^\circ$$

$$x + y = \frac{1}{2} \alpha + 90^\circ$$

$$\angle CBD = x + y - \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \alpha + 90^\circ - \alpha$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha$$

11. 已知 $\angle AOB=150^\circ$ ， OC 为 $\angle AOB$ 内部一条射线， $\angle BOC=60^\circ$ ；

(1) 如图 1，若 OE 平分 $\angle AOB$ ， OD 为 $\angle BOC$ 内部的一条射线， $\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOD$ ，求 $\angle DOE$ 的度数；

(2) 如图 2，若射线 OE 绕着 O 点从 OA 开始以 15 度/秒的速度顺时针转至 OB 结束， OF 绕着 O 点从 OB 开始以 5 度/秒的速度逆时针旋转至 OA 结束，运动时间为 t 秒。当 $\angle EOC=\angle FOC$ 时，求 t 的值；

(3) 若射线 OM 绕着 O 点从 OA 开始以 15 度/秒的速度逆时针旋转至 OB 结束。在旋转过程中， ON 平分 $\angle AOM$ 。试问 $2\angle BON - \angle BOM$ 在某段时间内是否为定值？若不是，请说明理由；若是，请补全图形。求这个定值并写出 t 所在的时间段。（本题中的角均为大于 0° 且小于 180° 的角）

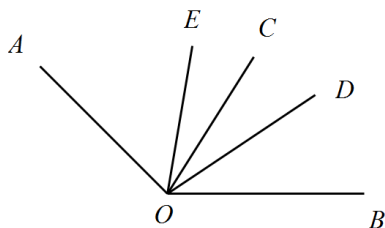


图1

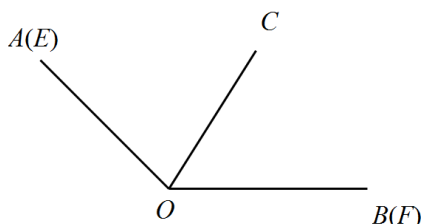


图2

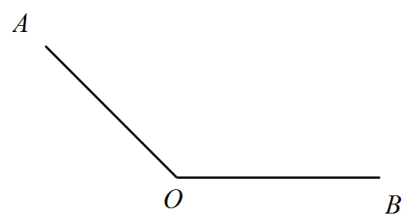


图3

解：(1) 设 $\angle COD=x$ ， $\angle AOE=\angle BOE=y$

$$\because \angle COD=\frac{1}{2}\angle BOD$$

$$\therefore \angle BOD=2x$$

$$\therefore \angle DOE=\angle BOE-\angle BOD$$

$$=x-2y$$

又 $\because \angle AOB=150^\circ$ ， $\angle BOC=60^\circ$

$$\therefore 2y=150^\circ \quad x+2x=60^\circ$$

$$y=75^\circ \quad x=20^\circ$$

$$\angle DOE=x-2y=35^\circ$$

(2) \because 射线 OE 速度为 $15^\circ/s$ ，射线 OF 速度为 $5^\circ/s$

$\therefore OE$ 先于 OF 运动至终点

OE 运动至终点的时间为： $150^\circ \div 15=10s$

OF 运动至终点的时间为： $150^\circ \div 5=30s$

① 当 $0 < t \leq 10$ 时

$$\angle EOC = |(150^\circ - 60^\circ) - 15t| = |90^\circ - 15t|$$

$$\angle FOC = |60^\circ - 5t|$$

当 $\angle EOC = \angle FOC$ 时

$$|90^\circ - 15t| = |60^\circ - 5t|$$

$$t=3 \text{ 或 } t=7.5$$

② 当 $10 < t \leq 30$ 时

此时 $\angle EOC=60^\circ$

令 $\angle FOC=60^\circ$

$$\text{即 } |60^\circ - 5t| = 60^\circ$$

$$t=24 \text{ 或 } t=0 \text{ (舍)}$$

综上所述， t 的值为 3 或 7.5 或 24.

(3) 当 OM 运动到 OB 的反向延长线时,所需时间为

$$t = (180^\circ - 150^\circ) \div 15 = 2s$$

当 ON 运动到 OB 反向延长线上时,所需时间为

$$t = 60^\circ \div 15^\circ = 4s$$

OM 运动到 OA 反向延长线所需要的时间 t 为:

$$t = 180^\circ \div 15 = 12s$$

OM 运动到 OB 所需要的时间 t 为:

$$t = (360^\circ - 150^\circ) \div 15 = 14s$$

①当 $0 < t < 2$ 时,

$$\angle BOM = 150^\circ + 15t$$

$$\angle BON = \angle AOB + \frac{1}{2} \angle AOM$$

$$= 150^\circ + \frac{15}{2}t$$

$$2\angle BON = 2 \left(150^\circ + \frac{15}{2}t \right)$$

$$= 300^\circ + 15t$$

$$2\angle BON - \angle BOM = 150^\circ$$

此时, $2\angle BON - \angle BOM$ 是定值

②当 $2 < t < 4$ 时

$$\angle BOM = (360^\circ - 150^\circ) - 15t$$

$$= 210^\circ - 15t$$

$$\angle BON = \angle AOB + \frac{1}{2} \angle AOM$$

$$= 150^\circ + \frac{15}{2}t$$

$$2\angle BON = 2 \left(150^\circ + \frac{15}{2}t \right)$$

$$= 300^\circ + 15t$$

$$2\angle BON - \angle BOM = 150^\circ - \frac{15}{2}t$$

此时, $2\angle BON - \angle BOM$ 不是定值

③当 $4 < t < 12$ 时

$$\angle BOM = (360^\circ - 150^\circ) - 15t$$

$$= 210^\circ - 15t$$

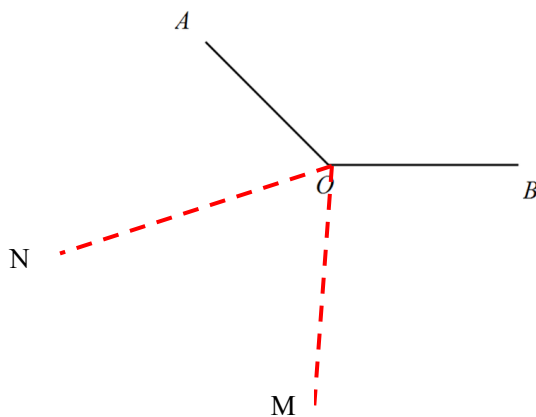
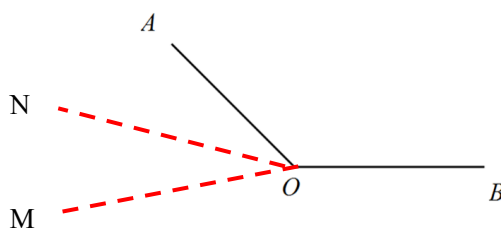
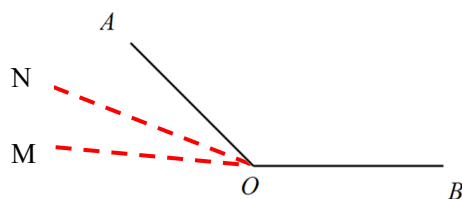
$$\angle BON = 360^\circ - \angle AOB - \frac{1}{2} \angle AOM$$

$$= 210^\circ - \frac{15}{2}t$$

$$2\angle BON = 2 \left(210^\circ - \frac{15}{2}t \right)$$

$$= 420^\circ - 15t$$

$$2\angle BON - \angle BOM = 210^\circ$$



此时, $2\angle BON - \angle BOM$ 是定值

④当 $12 < t < 14$

$$\begin{aligned}\angle BOM &= (360^\circ - 150^\circ) - 15t \\ &= 210^\circ - 15t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle BON &= 150^\circ - \frac{1}{2}\angle AOM \\ &= 150^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - 15t) \\ &= \frac{15}{2}t - 30^\circ\end{aligned}$$

$$2\angle BON = 15t - 60^\circ$$

$$2\angle BON - \angle BOM = 30t - 270^\circ$$

此时, $2\angle BON - \angle BOM$ 不是定值

综上所述, 当 $0 < t < 2$ 和 $4 < t < 12$ 时, $2\angle BON - \angle BOM$ 是定值.

