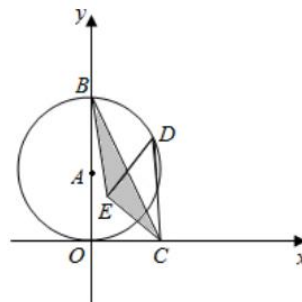


好学九年级数学创新班真题练习 (13)

1. (2020~2021 二中广雅质量评估五 10) 在平面直角坐标系中, 已知函数 $y_1 = x^2 + ax + 1$, $y_2 = x^2 + bx + 2$, $y_3 = x^2 + cx + 3$ 其中 a, b, c 是正实数, 且 $b^2 = 2ac$, 设 y_1, y_2, y_3 的图像与 x 轴交点个数分别是 N_1, N_2, N_3 . 有 ()
- A. 若 $N_1=2, N_2=2$, 则 $N_3=2$ B. 若 $N_1=1, N_2=0$, 则 $N_3=0$
C. 若 $N_1=0, N_2=0$, 则 $N_3=0$ D. 若 $N_1=0, N_2=2$, 则 $N_3=1$

2. (2020~2021 六中上智 12 月月考 16) 如图, 在平面直角坐标系中, 以点 $A(0, 2)$ 为圆心, 2 为半径的圆交 y 轴于点 B , 已知点 $C(2, 0)$, 点 D 为 $\odot A$ 上的一动点, 以 CD 为斜边, 在 CD 左侧作等腰直角三角形 CDE , 连接 BC , 则 $\triangle BCE$ 面积的最小值为 _____.

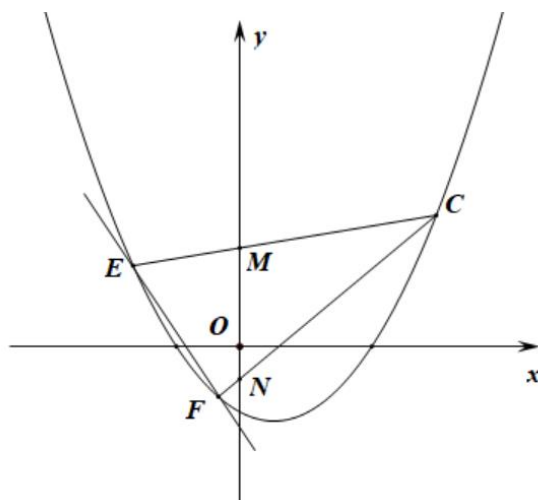
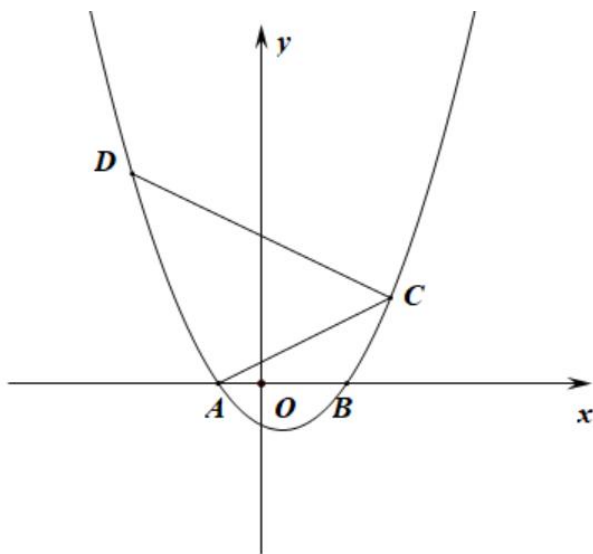


3. (2020~2021 七一华源 12 月月考 24) 如图, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和 B 两点, 点 $C(6, 4)$ 在抛物线上.

(1) 直接写出 B 点坐标: _____, 抛物线解析式为 _____ (一般式);

(2) 如图 1, D 为 y 轴左侧抛物线上一点, 且 $\angle DCA = 2\angle CAB$, 求点 D 的坐标;

(3) 如图 2, 直线 $y = mx + n$ 与抛物线交于点 E, F , 连接 CE, CF 分别交 y 轴于点 M, N , 若 $OM \cdot ON = 3$. 求证: 直线 EF 经过定点, 并求出这个定点的坐标.

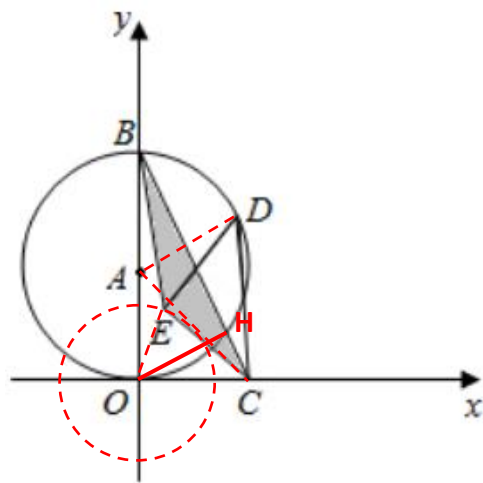


好学九年级数学创新班真题练习 (13) 答案

1. (2020~2021 二中广雅质量评估五 10) 在平面直角坐标系中, 已知函数 $y_1 = x^2 + ax + 1$, $y_2 = x^2 + bx + 2$, $y_3 = x^2 + cx + 3$ 其中 a, b, c 是正实数, 且 $b^2 = 2ac$, 设 y_1, y_2, y_3 的图像与 x 轴交点个数分别是 N_1, N_2, N_3 . 有 ()
- A. 若 $N_1=2, N_2=2$, 则 $N_3=2$ B. 若 $N_1=1, N_2=0$, 则 $N_3=0$
 C. 若 $N_1=0, N_2=0$, 则 $N_3=0$ D. 若 $N_1=0, N_2=2$, 则 $N_3=1$

【参考答案】 B

2. (2020~2021 六中上智 12 月月考 16) 如图, 在平面直角坐标系中, 以点 $A(0, 2)$ 为圆心, 2 为半径的圆交 y 轴于点 B , 已知点 $C(2, 0)$, 点 D 为 $\odot A$ 上的一动点, 以 CD 为斜边, 在 CD 左侧作等腰直角三角形 CDE , 连接 BC , 则 $\triangle BCE$ 面积的最小值为 _____ .



【参考答案】 $4 - \sqrt{10}$

连 AD, OE

两等腰直角三角形 $\triangle AOC \sim \triangle DEC$

\therefore 易得 $\triangle EOC \sim \triangle DAC$

$$\therefore \frac{OE}{AD} = \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore OE = \sqrt{2}$, 即 E 在以 O 为圆心, 半径为 $\sqrt{2}$ 的圆上

在圆 O 上找一点 E 到 BC 距离最小时, $\triangle BCE$ 的面积最小

作 $OH \perp BC$, OH 与圆 O 交点 E 到 BC 距离最小

$$\text{又 } BC = 2\sqrt{5}, OH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{此时 } S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \left(\frac{4\sqrt{5}}{5} - \sqrt{2} \right) = 4 - \sqrt{10}$$

3.(2020~2021 七一华源 12 月月考 24)如图,抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和 B 两点,点 $C(6, 4)$ 在抛物线上.

(1)直接写出 B 点坐标: _____, 抛物线解析式为 _____ (一般式);

(2)如图 1, D 为 y 轴左侧抛物线上一点, 且 $\angle DCA = 2\angle CAB$, 求点 D 的坐标;

(3)如图 2, 直线 $y = mx + n$ 与抛物线交于点 E, F , 连接 CE, CF 分别交 y 轴于点 M, N , 若 $OM \cdot ON = 3$. 求证: 直线 EF 经过定点, 并求出这个定点的坐标.

【参考答案】

(1) $(4, 0)$ $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$

(2) 延长 DC 交 x 轴于点 M

$\because \angle DCA = 2\angle CAB \quad \therefore \angle CAB = \angle CMA$
 $\therefore CA = CM$ 过点 C 作 $CQ \perp AM$ 于点 Q 则 $QM = AQ = 8$
 \therefore 点 M 坐标为 $(14, 0)$

\therefore 直线 DM 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 7$

$$\text{由} \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 7 \\ y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x_1 = -6 \\ y_1 = 10 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 4 \end{cases} \text{(舍)}$$

\therefore 点 D 坐标为 $(-6, 10)$

(3) 设直线 CE 解析式为: $y = kx - 6k + 4$ 则点 $M(0, -6k + 4)$

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 \\ y = kx - 6k + 4 \end{cases} \text{得} \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{1}{2} + k\right)x + 6k - 6 = 0$$

$\therefore x_C + x_E = 2 + 4k$

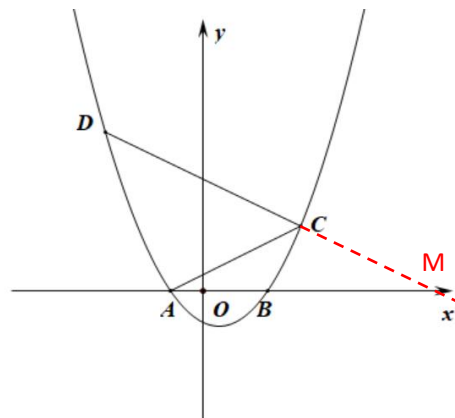
$\therefore x_E = 4k - 4$ ①

同理设直线 CF 的解析式为: $y = tx - 6t + 4$ 则点 $N(0, -6t + 4)$ 即 $x_F = 4t - 4$ ②

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 \\ y = mx + n \end{cases} \text{得} \frac{1}{4}x^2 - \left(m + \frac{1}{2}\right)x - 2 - n = 0$$

$\therefore x_E + x_F = 4m + 2$ ③

$x_E \cdot x_F = -8 - 4n$ ④



$$\text{将①②代入③④得} \begin{cases} k+t=m+\frac{5}{2} \\ kt=m-\frac{1}{4}n+1 \end{cases}$$

$$\text{又 } OM \cdot ON=3$$

$$\therefore (-6k+4)(6t-4)=-36kt+24(k+t)-16=3$$

$$\therefore n=\frac{4}{3}m-\frac{5}{9}$$

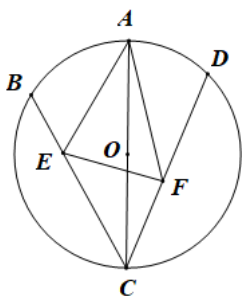
$$\therefore y=mx+n=mx+\frac{4}{3}m-\frac{5}{9}=m\left(x+\frac{4}{3}\right)-\frac{5}{9}$$

$$\text{当 } x=-\frac{4}{3} \text{ 时, } y=-\frac{5}{9}$$

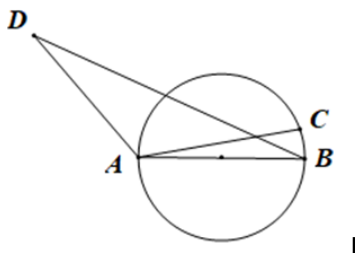
$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 经过定点且定点坐标为 } \left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{9}\right)$$

好学九年级数学中考目标班真题练习 (13)

1. (2020~2021 二中广雅周练 9) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BCD=50^\circ$, 点 E, F 分别是 BC, CD 上的点. 当 $\triangle AEF$ 周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为()
- A. 40° B. 50° C. 80° D. 100°



2. (2020~2021 七一华源 12 月月考 16) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一动点, 将 AC 绕点 A 逆时针旋转 120° 得 AD , 若 $AB=4$, 则 BD 的最大值为_____.



3. (2020~2021 六中上智 12 月月考 22) 周师傅家的猕猴桃成熟上市后, 她记录了 10 天的销售数量和销售单价, 其中销售单价 y (元/千克) 与时间第 x 天 (x 为整数) 的数量关系为 $y=-x+16$, 日销售量 p (千克) 与时间第 x 天 (x 为整数) 的部分对应值如表所示:

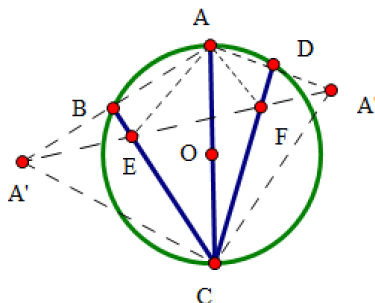
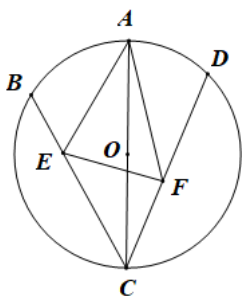
时间第 x 天	1	3	5	7	10
日销量 p (千克)	320	360	400	440	500

- (1) 从你学过的函数中, 选择合适的函数类型刻画 p 随 x 的变化规律, 请直接写 p 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;
- (2) 在这 10 天中, 哪天销售能达到最大? 最大销售额是多少元?
- (3) 周师傅决定每销售 1 千克桃就捐款 a ($a > 1$) 元, 且希望每天的销售额不低于 1500 元以维持各项开支, 求 a 的最大值.

好学九年级数学中考目标班真题答案 (13)

1. (2020~2021 二中广雅周练 9) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BCD=50^\circ$, 点 E, F 分别是 BC, CD 上的点. 当 $\triangle AEF$ 周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为()

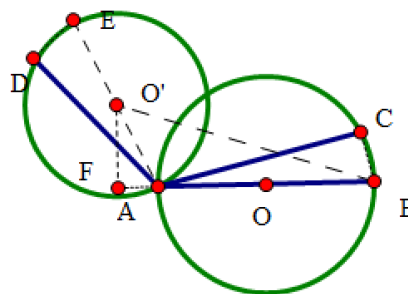
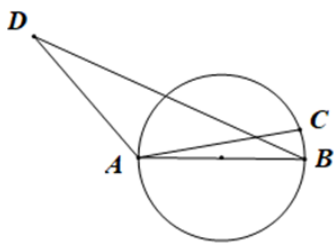
- A. 40° B. 50° C. 80° D. 100°



【参考答案】 80°

如图, 做 AC 关于直线 BC, CD 的对称线段 CA', CA'' , 连接 $A'A''$ 交 CB, CD 于 E, F 两点, 利用对称性求得 $\angle A'AA'' = 130^\circ$, 推得 $\angle EAF = 80^\circ$.

2. (2020~2021 七一华源 12 月月考 16) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一动点, 将 AC 绕点 A 逆时针旋转 120° 得 AD , 若 $AB=4$, 则 BD 的最大值为_____.



【参考答案】 $2\sqrt{7} + 2$

将点 B 绕着点 A 逆时针旋转 120° 到 E 的位置, 则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 全等, 取 AE 的中点 O' , 则 D 点在圆 O' 上运动, 利用直角三角形 $BF O'$ 勾股定理得 $O'B = 2\sqrt{7}$, 所以 BD 的最大值为 $2\sqrt{7} + 2$

3. (2020~2021 六中上智 12 月月考 22) 周师傅家的猕猴桃成熟上市后, 她记录了 10 天的销售数量和销售单价, 其中销售单价 y (元/千克) 与时间第 x 天 (x 为整数) 的数量关系为 $y = -x + 16$, 日销售量 p (千克) 与时间第 x 天 (x 为整数) 的部分对应值如表所示:

时间第 x 天	1	3	5	7	10
日销量 p (千克)	320	360	400	440	500

- (1) 从你学过的函数中, 选择合适的函数类型刻画 p 随 x 的变化规律, 请直接写 p 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;
- (2) 在这 10 天中, 哪天销售能达到最大? 最大销售额是多少元?
- (3) 周师傅决定每销售 1 千克桃就捐款 a ($a > 1$) 元, 且希望每天的销售额不低于 1500 元以维持各项开支, 求 a 的最大值.

【参考答案】

解: (1) 由题意, 把这 5 个点在平面直角坐标系中描出来, 猜测 P 与 x 成一次函数关系, 设 $P = kx + b$

代入 $(1, 320)$, $(3, 360)$ 得:

$$\begin{cases} 320 = k + b \\ 360 = 3k + b \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = 20 \\ b = 300 \end{cases}$$

$\therefore P$ 与 x 的关系式为: $P = 20x + 300$

(2) 设销售额为 W , 则:

$$W = (-x + 16)(20x + 300) = -20x^2 + 20x + 4800$$

$\because a = -20 < 0$, 抛物线开口向下

对称轴: 直线 $x = \frac{1}{2}$

当 $x > \frac{1}{2}$ 时, W 随 x 的增大而减小

当 $x=1$ 时, W 有最大值, 此时 $W=4800$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 由题意得: } W &= (-x + 16 - a)(20x + 300) \\ &= -20x^2 + (20 - 20a)x + 4800 - 300a \end{aligned}$$

$\because a=-1 < 0$, 抛物线开口向下

$$\text{对称轴: 直线 } x = \frac{1-a}{2} < 0$$

当 $0 \leq x \leq 10$, W 随 x 的增大而减小

当 $x=10$ 时, W 有最小值, 此时 $W=3000-500a$

由题意可得: $3000 - 500a \geq 1500$

$$\text{解得: } a \leq 3$$

即 a 的最大值为 3.