

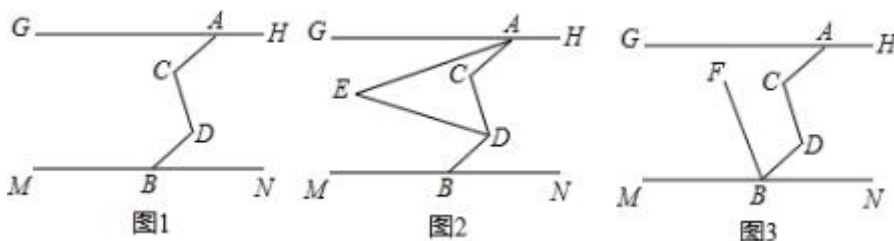
好学七年级数学创新真题 (3)

1. 如图 1, 点 A、B 分别在直线 GH、MN 上, $\angle GAC = \angle NBD$, $\angle C = \angle D$.

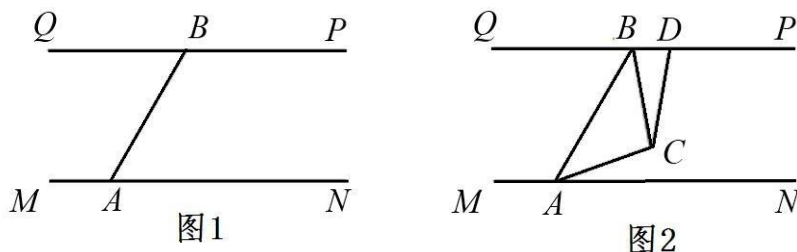
(1) 求证: $GH \parallel MN$;

(2) 如图 2, AE 平分 $\angle GAC$, DE 平分 $\angle BDC$, 若 $\angle AED = \angle GAC$, 求 $\angle GAC$ 与 $\angle ACD$ 之间的数量关系;

(3) 在 (2) 的条件下, 如图 3, BF 平分 $\angle DBM$, 点 K 在射线 BF 上, $\angle KAG = \frac{1}{3} \angle GAC$, 若 $\angle AKB = \angle ACD$, 直接写出 $\angle GAC$ 的度数 .



2. 如图 1, $PQ \parallel MN$, 点 A、B 分别在 MN、QP 上, $\angle BAM = 2\angle BAN$. 射线 AM 绕 A 点顺时针旋转至 AN 便立即逆时针回转, 射线 BP 绕 B 点顺时针旋转至 BQ 便立即逆时针回转. 射线 AM 转动的速度是每秒 2 度, 射线 BQ 转动的速度是每秒 1 度.



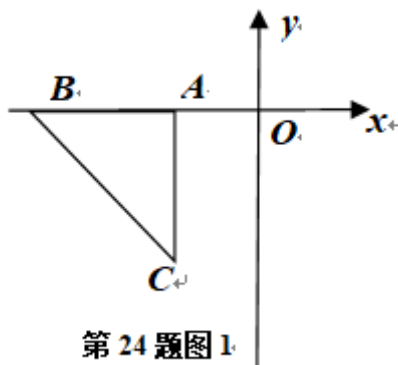
(1) 直接写出 $\angle QBA$ 的大小为 ;

(2) 射线 AM、BP 转动后对应的射线分别为 AE、BF, 射线 BF 交直线 MN 于点 F, 若射线 BP 比射线 AM 先转动 30 秒, 设射线 AM 转动的时间为 t ($0 < t < 180$) 秒, 求 t 为多少时, 直线 BF \parallel 直线 AE ?

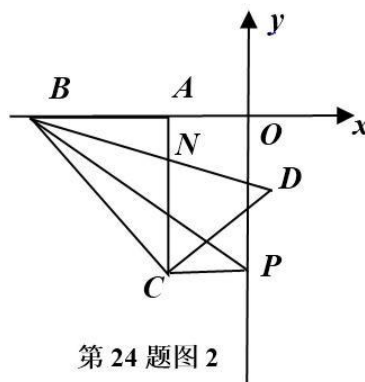
(3) 如图 2, 若射线 BP、AM 同时转动 m ($60 < m < 90$) 秒, 转动的两条射线交于点 C, 作 $\angle ACD = 120^\circ$, 点 D 在 BP 上, 请探究 $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系.

3.如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2,0)$, $B(-5, 0)$, 点 C 在第三象限, 已知 $AC \perp AB$, 且 $AB = AC$.

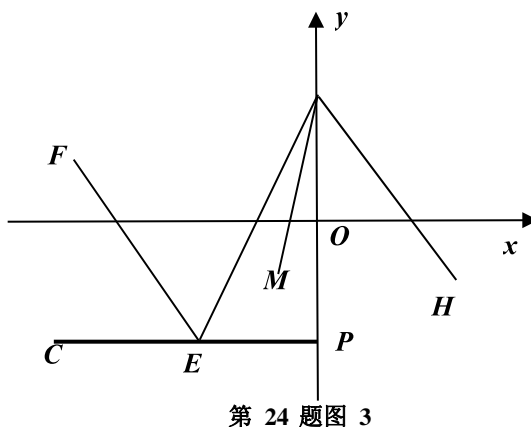
(1) 求点 C 的坐标;



(2) 如图2, N 为线段 AC 上一动点 (端点除外), P 是 y 轴负半轴的一点, 连接 BP , CP , 射线 BN 与 $\angle ACP$ 的角平分线交于 D , 若 $\angle BDC - \angle ABD = 45^\circ$, 求点 P 的坐标;



(3) 在第 (2) 问的基础上, 如图3, 点 Q 与点 P 关于 x 轴对称, E 是射线 PC 上一个动点, 连接 QE , EF 平分 $\angle QEC$, QM 平分 $\angle EQP$, 射线 $QH \parallel EF$. 试问 $\angle MQH$ 的度数是否发生改变? 若不变, 请求其度数; 若改变, 请指出其变化范围



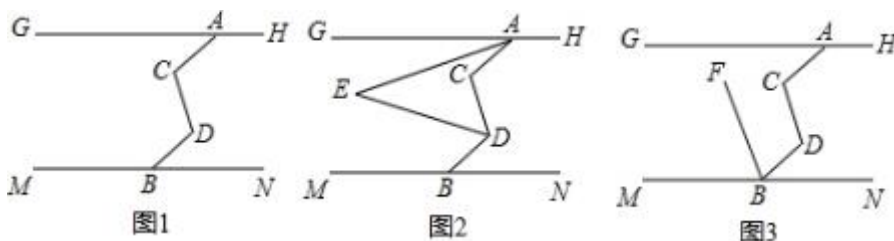
好学七年级数学创新真题解析 (3)

1. 如图1, 点 A、B 分别在直线 GH、MN 上, $\angle GAC = \angle NBD$, $\angle C = \angle D$.

(1) 求证: $GH \parallel MN$;

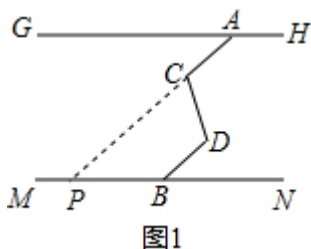
(2) 如图2, AE 平分 $\angle GAC$, DE 平分 $\angle BDC$, 若 $\angle AED = \angle GAC$, 求 $\angle GAC$ 与 $\angle ACD$ 之间的数量关系;

(3) 在 (2) 的条件下, 如图3, BF 平分 $\angle DBM$, 点 K 在射线 BF 上, $\angle KAG = \frac{1}{3} \angle GAC$, 若 $\angle AKB = \angle ACD$, 直接写出 $\angle GAC$ 的度数 .



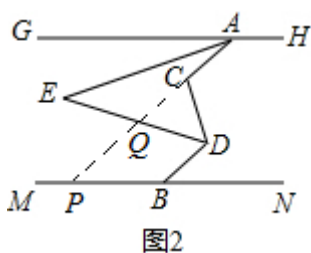
【解析】

解: (1) 如图1, 延长 AC 交 MN 于点 P,



$\because \angle ACD = \angle D, \therefore AP \parallel BD, \therefore \angle NBD = \angle NPA, \because \angle GAC = \angle NBD, \therefore \angle GAC = \angle NPA,$
 $\therefore GH \parallel MN;$

(2) 延长 AC 交 MN 于点 P, 交 DE 于点 Q,



$\because \angle E + \angle EAQ + \angle AQE = 180^\circ, \angle EQA + \angle AQD = 180^\circ, \therefore \angle AQD = \angle E + \angle EAQ,$

$\because AC \parallel BD, \therefore \angle AQD = \angle BDQ, \therefore \angle BDQ = \angle E + \angle EAQ,$

$\because AE$ 平分 $\angle GAC, DE$ 平分 $\angle BDC, \therefore \angle GAC = 2\angle EAQ, \angle CDB = 2\angle BDQ,$

$\therefore \angle CDB = 2\angle E + \angle GAC, \because \angle AED = \angle GAC, \angle ACD = \angle CDB,$

$\therefore \angle ACD = 2\angle GAC + \angle GAC = 3\angle GAC;$

(3) 当 K 在直线 GH 下方时, 设射线 BF 交 GH 于 I ,

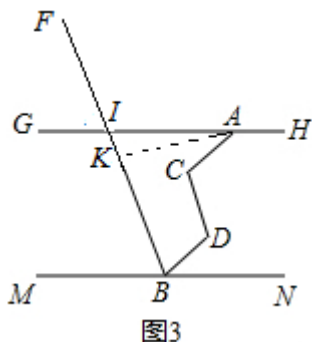


图3

$$\because GH \parallel MN, \therefore \angle AIB = \angle FBM, \because BF \text{ 平分 } \angle MBD, \therefore \angle DBF = \angle FBM = \frac{180^\circ - \angle DBN}{2},$$

$$\therefore \angle AIB = \angle DBF, \because \angle AIB + \angle KAG = \angle AKB, \angle AKB = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle DBF + \angle KAG, \because \angle KAG = \frac{1}{3} \angle GAC, \angle GAC = \angle NBD,$$

$$\therefore \frac{1}{3} \angle GAC + \frac{180^\circ - \angle DBN}{2} = \angle ACD = 3 \angle GAC,$$

$$\text{即 } \frac{1}{3} \angle GAC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle GAC = 3 \angle GAC, \text{ 解得 } \angle GAC = \left(\frac{540}{19}\right)^\circ.$$

当 K 在直线 GH 上方时, 同法可得 $\angle GAC = \left(\frac{540}{23}\right)^\circ$.

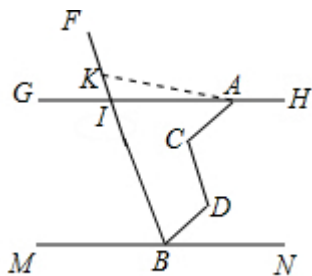
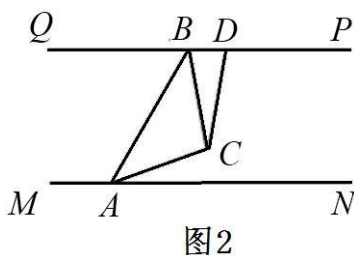
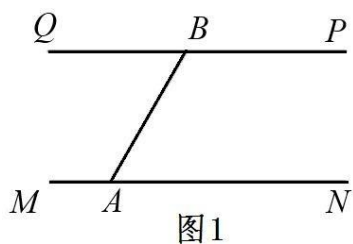


图3

故答案为 $\left(\frac{540}{19}\right)^\circ$ 或 $\left(\frac{540}{23}\right)^\circ$.

2. 如图 1, $PQ \parallel MN$, 点 A, B 分别在 MN, QP 上, $\angle BAM = 2\angle BAN$. 射线 AM 绕 A 点顺时针旋转至 AN 便立即逆时针回转, 射线 BP 绕 B 点顺时针旋转至 BQ 便立即逆时针回转. 射线 AM 转动的速度是每秒 2 度, 射线 BQ 转动的速度是每秒 1 度.



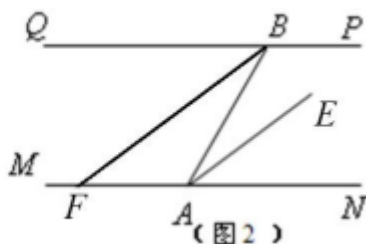
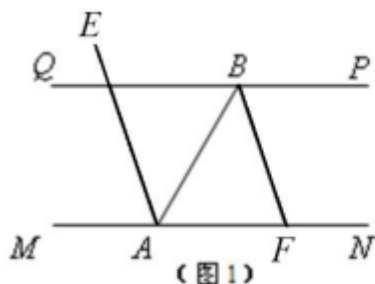
(1) 直接写出 $\angle QBA$ 的大小为 ;

(2) 射线 AM、BP 转动后对应的射线分别为 AE、BF, 射线 BF 交直线 MN 于点 F, 若射线 BP 比射线 AM 先转动 30 秒, 设射线 AM 转动的时间为 t ($0 < t < 180$) 秒, 求 t 为多少时, 直线 BF \parallel 直线 AE ?

(3) 如图 2, 若射线 BP、AM 同时转动 m ($60 < m < 90$) 秒, 转动的两条射线交于点 C, 作 $\angle ACD = 120^\circ$, 点 D 在 BP 上, 请探究 $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系.

解: (1) 60°

(2)



① 当 $0 < t < 90$ 时, 如图 1,

$\because PQ \parallel MN, \therefore \angle PBF = \angle BFA,$

$\because AE \parallel BF, \therefore \angle EAM = \angle BFA$

$\therefore \angle EAM = \angle PBF, \therefore 2t = 1(30+t),$ 解得 $t = 30;$

② 当 $90 < t < 180$ 时, 如图 2,

$\because PQ \parallel MN, \therefore \angle PBF + \angle BFA = 180^\circ,$

$\because AE \parallel BF, \therefore \angle EAM = \angle BFA$

$\therefore \angle EAM + \angle PBF = 180^\circ, \therefore 1(30+t) + (2t-180) = 180,$ 解得 $t = 110$

综上所述, $t = 30$ 或 110

(3) $\angle BAC = 2\angle BCD$

作 $CH \parallel PQ, \because PQ \parallel MN, \therefore CH \parallel PQ \parallel MN,$

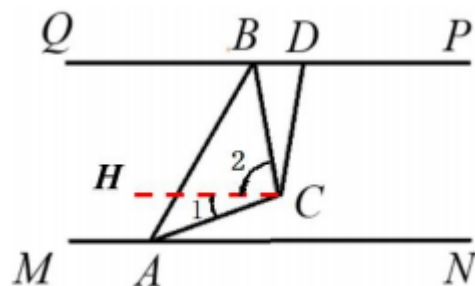
$\therefore \angle QBC + \angle 2 = 180^\circ, \angle MAC + \angle 1 = 180^\circ$

$\therefore \angle QB - \angle 2C + \angle 2 + \angle MAC + \angle 1 = 360^\circ,$

$\therefore \angle QBC = 180 - m, \angle MAC = 2m,$

$\therefore \angle BCA = \angle 1 + \angle 2 = 360 - (180 - m) = m - 60$

$\therefore \angle ACD = 120^\circ$

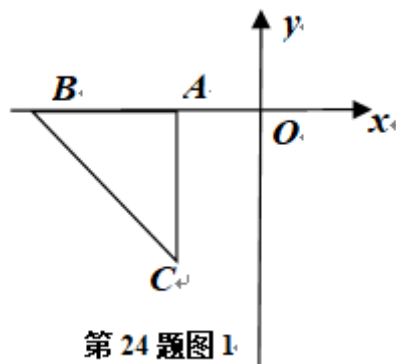


$$\begin{aligned} \therefore \angle BCD &= 120^\circ - \angle BCA = m - 60 \\ \therefore \angle CAN &= 180 - 2m \\ \therefore \angle BAC &= 60 - (180 - 2m) = 2m - 120 \\ \therefore \angle BAC : \angle BCD &= 2 : 1 \end{aligned}$$

3. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 0)$, $B(-5, 0)$, 点 C 在第三象限, 已知 $AC \perp AB$, 且 $AB = AC$.

(1) 求点 C 的坐标;

解: $C(-2, -3)$



(2) 如图 2, N 为线段 AC 上一动点 (端点除外), P 是 y 轴负半轴的一点, 连接 BP , CP , 射线 BN 与 $\angle ACP$ 的角平分线交于 D , 若 $\angle BDC - \angle ABD = 45^\circ$, 求点 P 的坐标;

解:

作 $DH \perp AC$ 于 H 点, 作 $MC \perp AC$

$\therefore DH \perp AC, MC \perp AC, AC \perp AB$

$\therefore \angle BAC = \angle OAC = \angle DHA = \angle DHC = \angle ACM = 90^\circ$

$\therefore AB \parallel DH \parallel MC$

$\therefore \angle ABD = \angle BDH, \angle HDC + \angle DCM = 180^\circ$

$\therefore \angle HDC = \angle D - \angle BDH = \angle D - \angle ABD = 45^\circ$

$\therefore \angle DCM = 135^\circ$

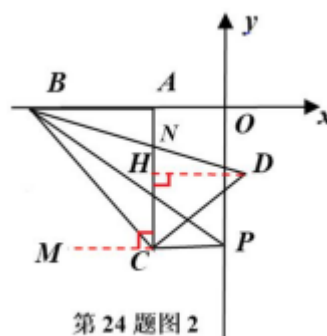
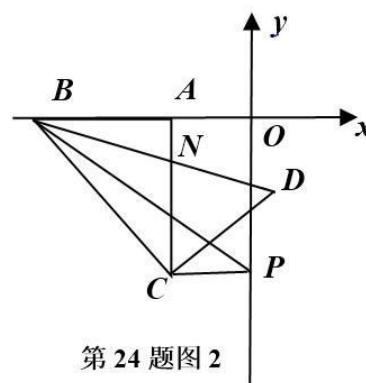
$\therefore \angle DCH = 45^\circ$

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACP$

$\therefore \angle HCP = 2\angle DCH = 90^\circ = \angle BAC$

$\therefore CP \parallel AB$

$\therefore P(0, -3)$



(3) 在第(2)问的基础上,如图3,点Q与点P关于x轴对称,E是射线PC上一个动点,连接QE,EF平分 $\angle QEC$,QM平分 $\angle EQP$,射线QH//EF.试问 $\angle MQH$ 的度数是否发生改变?若不变,请求其度数;若改变,请指出其变化范围

解:

由(2)得 $CP \parallel AB$

$$\therefore \angle CPQ = \angle POX = 90^\circ$$

作 $EG \parallel y$ 轴

$$\therefore \angle GEC = \angle QPC = 90^\circ, \angle GEQ = \angle EQP$$

$$\therefore \angle QEC = \angle GEQ + \angle GEC = \angle EQP + \angle QPE = \angle EQP + 90^\circ \quad \text{①}$$

\therefore EF 平分 $\angle QEC$, QM 平分 $\angle EQP$

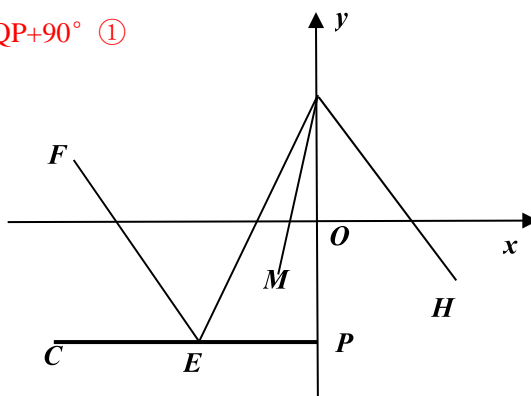
设 $\angle QEF = \angle FEC = \beta$, $\angle EQM = \angle MQP = \alpha$

$$\text{①式} \text{ 为 } 2\beta = 2\alpha + 90^\circ$$

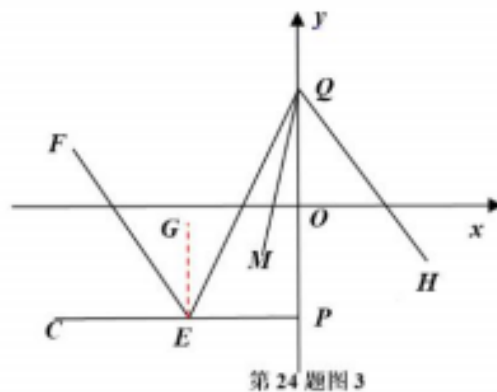
$$\therefore \beta - \alpha = 45^\circ$$

\therefore QH // EF

$$\therefore \angle MQH = \angle HQE - \angle MQE = 45^\circ$$



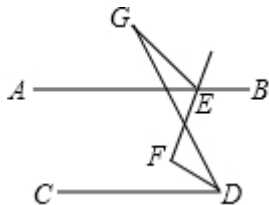
第 24 题图 3



第 24 题图 3

好学七年级数学高分满分真题 (3)

1. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 点 E 为 AB 上一点, $\angle CDF = \angle FDG$, FE 平分 $\angle BEG$, 则 $\angle F$ 与 $\angle G$ 之间满足的数量关系是_____.



2. 如图, $AB \parallel CD$.

(1) 如图 1, $\angle A$ 、 $\angle E$ 、 $\angle C$ 的数量关系为_____.

(2) 如图 2, 若 $\angle A = 50^\circ$, $\angle F = 115^\circ$, 求 $\angle C - \angle E$ 的度数;

(3) 如图 3, $\angle E = 90^\circ$, AG , FG 分别平分 $\angle BAE$, $\angle CFE$, 若 $GD \parallel FC$, 试探究 $\angle AGF$ 与 $\angle GDC$ 的数量关系, 并说明理由.

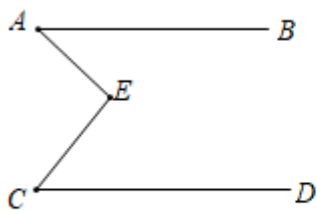


图1

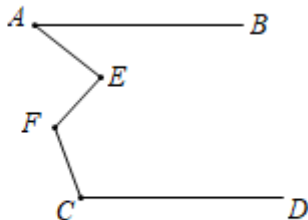


图2

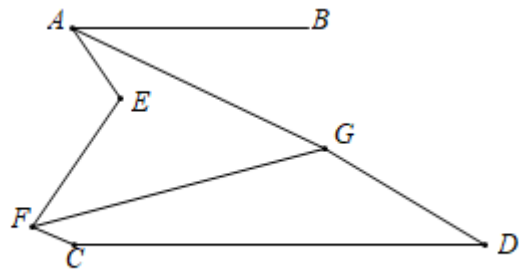
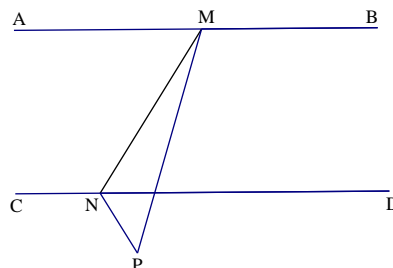


图3

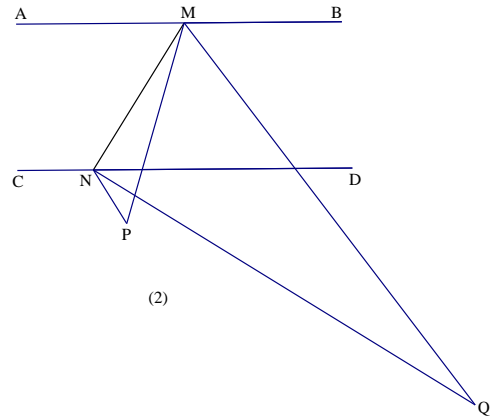
3. 如图, $AB \parallel CD$, M , N 分别为 AB 和 CD 上的点, 且 $\angle MND = 60^\circ$.

(1) 如图(1), 若 ND 平分 $\angle MNP$, 连接 MP , 当点 P 移动过程中, $\angle P$ 与 $\angle BMP$ 有何数量关系? 请说明理由;

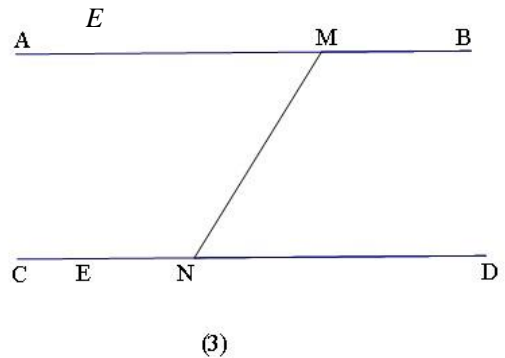


(1)

(2)如图(2),若 ND 平分 $\angle MNP$, 连接 MP , 过点 N 作 $NQ \perp MN$, 交 $\angle BMP$ 的平分线于点 Q , 当点 P 移动过程中, $\angle P$ 与 $\angle Q$ 有何数量关系? 请说明理由;

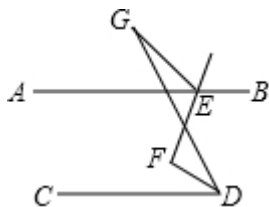


(3)如图(3), 射线 NE 绕点 N 顺时针方向旋转(其初始位置与射线 NC 重合, 至第一次与射线 ND 重合时停止), 其旋转速度为每秒 a 度, 射线 MF 绕点 M 顺时针方向旋转(其初始位置与射线 MB 重合, 至第一次与射线 MA 重合时停止), 其旋转速度为每秒 b 度, a 与 b 满足 $|2a - b - 9| + \sqrt{3a + 2b - 17} = 0$. 现射线 MF 先旋转 20° ; 然后射线 NE 和射线 MF 同时旋转 t 秒, 问 t 为何值时, $NE \parallel MF$ (不考虑最终两射线落在平行线 AB 与 CD 上的情形) .



好学七年级数学高分满分真题解析 (3)

1. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 点 E 为 AB 上一点, $\angle CDF = \angle FDG$, FE 平分 $\angle BEG$, 则 $\angle F$ 与 $\angle G$ 之间满足的数量关系是 $2\angle F - \angle G = 180^\circ$.



【解答】解: 由题可得, $\angle AHG + \angle GHE = 180^\circ$, $\angle BEG + \angle GEH = 180^\circ$,
 $\therefore \angle AHG + \angle BEG = 360^\circ - (\angle GHE + \angle GEH) = 360^\circ - (180^\circ - \angle G)$, ①
 $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle AHG = \angle CDG$, 又 $\because \angle CDF = \angle FDG$, FE 平分 $\angle BEG$,
 $\therefore \angle AHG = \angle CDG = 2\angle CDF$, $\angle BEG = 2\angle BEP = 2\angle FEH$,
 $\therefore \angle AHG + \angle BEG = 2(\angle CDF + \angle FEH)$, $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle CDF + \angle FEH = \angle F$,
 $\therefore \angle AHG + \angle BEG = 2\angle F$, ②由①②, 可得 $2\angle F = 360^\circ - (180^\circ - \angle G)$,
 $\therefore 2\angle F - \angle G = 180^\circ$, 故答案为: $2\angle F - \angle G = 180^\circ$.

2. 如图, $AB \parallel CD$.

(1) 如图 1, $\angle A$ 、 $\angle E$ 、 $\angle C$ 的数量关系为 $\angle AEC = \angle C + \angle A$.

(2) 如图 2, 若 $\angle A = 50^\circ$, $\angle F = 115^\circ$, 求 $\angle C - \angle E$ 的度数;

(3) 如图 3, $\angle E = 90^\circ$, AG , FG 分别平分 $\angle BAE$, $\angle CFE$, 若 $GD \parallel FC$, 试探究 $\angle AGF$ 与 $\angle GDC$ 的数量关系, 并说明理由.

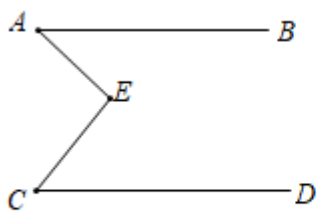


图1

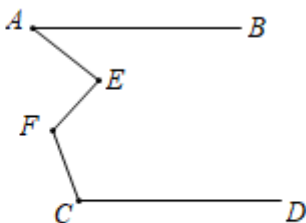


图2

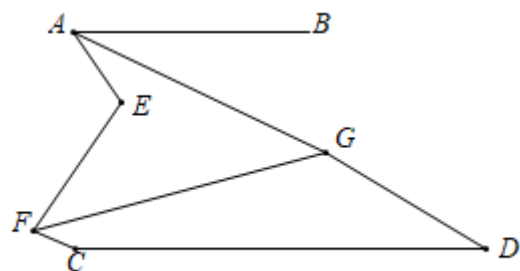


图3

【解答】解: (1) $\angle AEC = \angle C + \angle A$, 如图 1, 过点 E 作 $EF \parallel AB$,

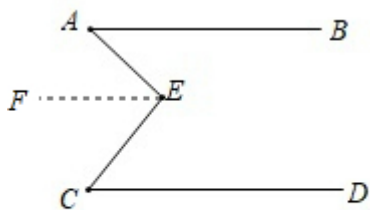


图1

$\because AB \parallel CD, \therefore AB \parallel CD \parallel EF, \therefore \angle A = \angle AEF, \angle C = \angle CEF,$

则 $\angle AEC = \angle AEF + \angle CEF = \angle A + \angle C$, 故答案为: $\angle AEC = \angle C + \angle A$;

(2) 如图 2, 分别过点 E、F 作 $FM \parallel AB, EN \parallel AB$,

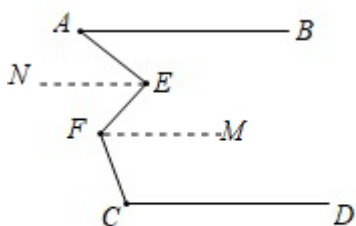


图2

设 $\angle NEF = x = \angle EFM$, 则 $\angle AEF = x + 50^\circ$, $\angle MFC = 115^\circ - x$,

$\therefore \angle C = 180^\circ - (115^\circ - x) = x + 65^\circ$,

$\therefore \angle C - \angle E = x + 65^\circ - (x + 50^\circ) = 15^\circ$;

(3) 如图 3, 分别过点 E、F、G 作 $FM \parallel AB, EN \parallel AB, GH \parallel AB$,

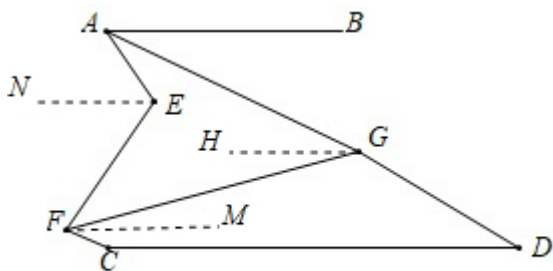


图3

设 $\angle GAE = x = \angle GAB$, $\angle GFM = y$, $\angle MFC = z$, 则 $\angle GFC = y + z$,

$\therefore 2x + 2y + z = 90^\circ$, $\angle C = 180^\circ - z$, $\because GD \parallel FC, \therefore \angle D = z$,

$\because GH \parallel AB, AB \parallel CD, \therefore \angle AGF = x + y, \therefore 2\angle AGF + \angle GDC = 90^\circ$.



3. 如图, $AB \parallel CD$, M, N 分别为 AB 和 CD 上的点, 且 $\angle MND=60^\circ$.

(1)如图(1), 若 ND 平分 $\angle MNP$, 连接 MP , 当点 P 移动过程中, $\angle P$ 与 $\angle BMP$ 有何数量关系? 请说明理由;

解: $\angle BMP - \angle P = 60^\circ$, 理由如下:

过 P 作 $PE \parallel AB$, 则 $\angle EPM = \angle BMP$

又 $\because AB \parallel CD \quad \therefore PE \parallel CD$

$\therefore \angle EPN = \angle DNP$

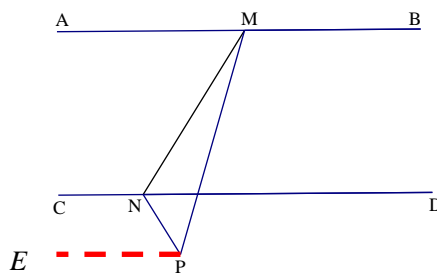
$\therefore \angle BMP - \angle MPN = \angle EPM - \angle MPN$
 $= \angle EPN = \angle DNP$

$\because ND$ 平分 $\angle MNP$

$\angle MND = 60^\circ$

$\therefore \angle DNP = \angle MND = 60^\circ$

$\therefore \angle BMP - \angle MPN = 60^\circ$



(1)

(2)如图(2), 若 ND 平分 $\angle MNP$, 连接 MP , 过点 N 作 $NQ \perp MN$, 交 $\angle BMP$ 的平分线于点 Q , 当点 P 移动过程中, $\angle P$ 与 $\angle Q$ 有何数量关系? 请说明理由;

解: $\angle P = 2\angle Q$, 理由如下:

设 $\angle BMQ = x$

$\because MQ$ 平分 $\angle BMP \quad \therefore \angle BMP = 2\angle BMQ = 2x$

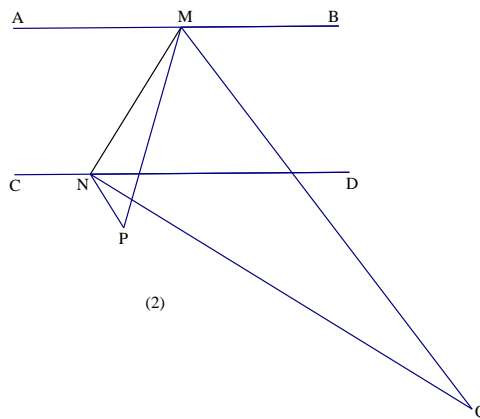
$\because NQ \perp MN \quad \therefore \angle MNQ = 90^\circ$

又 $\because \angle MND = 60^\circ \quad \therefore \angle DNQ = 30^\circ$

由(1)知: $\angle P = \angle BMP - \angle DNP = 2x - 60^\circ$

同理: $\angle Q = x - 30^\circ$

$\therefore \angle P = 2\angle Q$



(2)

(3)如图(3), 射线 NE 绕点 N 顺时针方向旋转(其初始位置与射线 NC 重合, 至第一次与射线 ND 重合时停止), 其旋转速度为每秒 a 度, 射线 MF 绕点 M 顺时针方向旋转(其初始位置与射线 MB 重合, 至第一次与射线 MA 重合时停止), 其旋转速度为每秒 b 度, a 与 b 满足 $|2a - b - 9| + \sqrt{3a + 2b - 17} = 0$. 现射线 MF 先旋转 20° , 然后射线 NE 和射线 MF 同时旋转 t 秒, 问 t 为何值时, $NE \parallel MF$ (不考虑最终两射线落在平行线 AB 与 CD 上的情形).

解: $\because |2a - b - 9| + \sqrt{3a + 2b - 17} = 0$

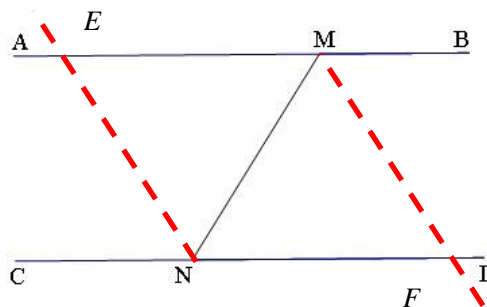
$$|2a - b - 9| \geq 0 \quad \sqrt{3a + 2b - 17} \geq 0$$

$$\therefore 2a - b - 9 = 0 \quad 3a + 2b - 17 = 0$$

$$\text{解得 } a = 5 \quad b = 1$$

则 $\angle CNE = 5t$, $\angle BMF = t + 20$

如图, 设 MF 交 CD 于 F , 若 $NE \parallel MF$, 则 $\angle CNE = \angle CFM$



(3)

又 $\because AB \parallel CD \quad \therefore \angle BMF = \angle CFM \quad \therefore \angle CNE = \angle BMF$

即: $5t = t + 20$

$\therefore t = 5$

即 $t = 5$ 时, $NE \parallel MF$.