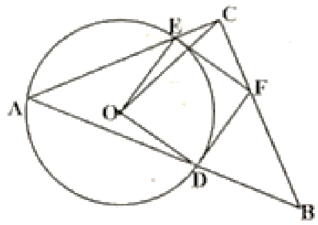
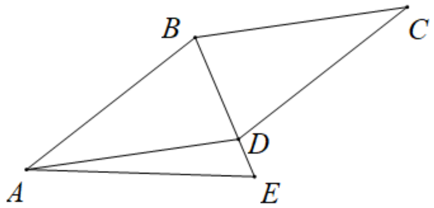
好学九年级数学创新班真题练习（10）

1、（中考数学全真模拟 T10）如图，等腰 $Rt\Delta ABC$ 的一个锐角顶点 A 是 $\odot O$ 上的一个动点，$\angle ACB=90°$，腰 AC 与斜边 AB 分别交 $\odot O$ 于点 E,D，分别过点 D,E 作 $\odot O$ 的切线交于点 F，且点 F 恰好是腰 BC 上的点，连接 OC,OD,OE，若 $\odot O$ 的半径为 4，则 OC 的最大值为（　　）

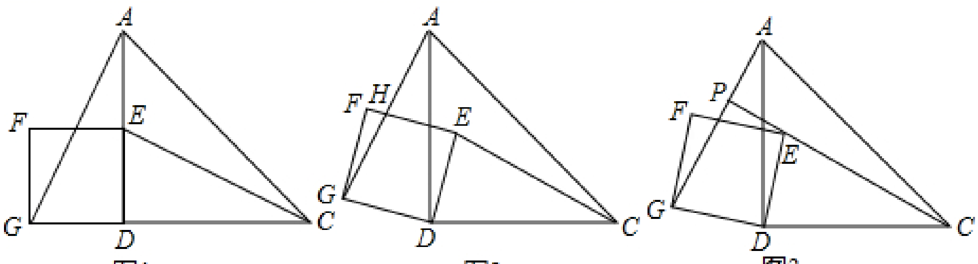


A. $2\sqrt{5}+2$　　B. $4\sqrt{2}+2$　　C. 6　　D. 8

2、（2021·武汉一初慧泉中学九年级月考）如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，E 为对角线 BD 的延长线上一点，且 $BD=8$，$DE=2$，$\angle BAE=45°$，则 AB 的长为_____.



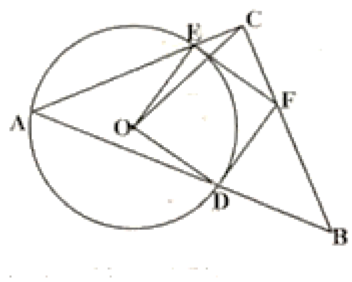
3、如图1，在等腰直角三角形 ADC 中，$\angle ADC=90^\circ, AD=4$．点 E 是 AD 的中点，以 DE 为边作正方形 $DEFG$，连接 AG,CE．将正方形 $DEFG$ 绕点 D 顺时针旋转，旋转角为 $\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$．



（1）如图2，在旋转过程中，①判断 ΔAGD 与 ΔCED 是否全等，并说明理由；②当 $CE=CD$ 时，AG 与 EF 交于点 H，求 GH 的长．（2）如图3，延长 CE 交直线 AG 于点 P．①求证：$AG\perp CP$；②在旋转过程中，线段 PC 的长度是否存在最大值？若存在，求出最大值；若不存在，请说明理由．

好学九年级数学创新班真题练习（10）

1、（中考数学全真模拟 T10）如图，等腰 $Rt\Delta ABC$ 的一个锐角顶点 A 是 $\odot O$ 上的一个动点，$\angle ACB=90°$，腰 AC 与斜边 AB 分别交 $\odot O$ 于点 E, D，分别过点 D, E 作 $\odot O$ 的切线交于点 F，且点 F 恰好是腰 BC 上的点，连接 OC, OD, OE，若 $\odot O$ 的半径为 4，则 OC 的最大值为（　　）



A. $2\sqrt{5}+2$　　B. $4\sqrt{2}+2$　　C. 6　　D. 8

【答案】A

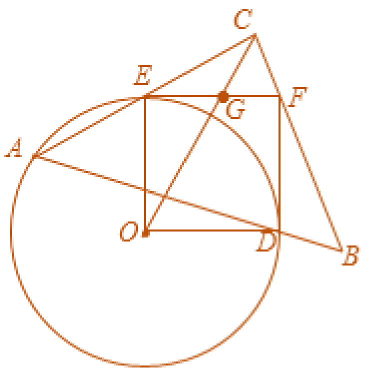
【分析】先由等腰三角形的性质、切线的性质及圆的半径相等判定四边形 ODFE 是正方形，再得出点 C 在以 EF 为直径的半圆上运动，则当 OC 经过半圆圆心 G 时，OC 的值最大，用勾股定理计算出 OG 的长度，再加上 CG 的长度即可.

【详解】解：∵等腰 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∴∠A=∠B=45°，∴∠DOE=2∠A=90°，

∵分别过点 D，E 作⊙O 的切线，∴OD⊥DF，OE⊥EF，∴四边形 ODFE 是矩形，

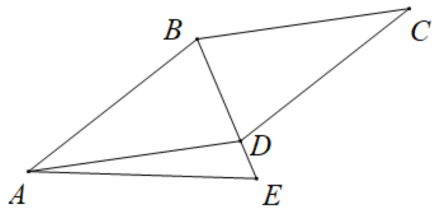
∵OD=OE=4，∴四边形 ODFE 是正方形，∴EF=4，

∵点 F 恰好是腰 BC 上的点，∴∠ECF=90° ∴点 C 在以 EF 为直径的半圆上运动，



∴设 EF 的中点为 G，则 EG=FG=CG=$\frac{1}{2}$EF=2，且当 OC 经过半圆圆心 G 时，OC 的值最大，此时，在 Rt△OEG 中，OG=$\sqrt{OE^2+EG^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，∴OC=OG+CG=$2\sqrt{5}+2$.故答案为：A.

2、（2021·武汉一初慧泉中学九年级月考）如图，四边形 *ABCD* 是菱形，*E* 为对角线 *BD* 的延长线上一点，且 $BD=8$， $DE=2$，∠*BAE*=45°，则 *AB* 的长为_____.

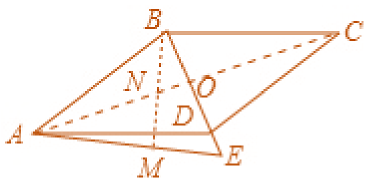


【答案】$4\sqrt{10}$

【分析】连接 *AC* 交 *BD* 于 *O*，作 *BM*⊥*AE* 于 *M*，交 *AC* 于 *N*，设 *AM*=*BM*=*b*，*ME*=*a*，列出方程求出 *a*、*b* 即可解决问题.

【详解】解：连接 *AC* 交 *BD* 于 *O*，作 *BM*⊥*AE* 于 *M*，交 *AC* 于 *N*，

∵ $\angle BAE=45^\circ$， $\angle BMA=90^\circ$ ∴ $\angle MAB=\angle MBA=45^\circ$ ，∴*AM*=*BM*，



∵四边形 *ABCD* 是菱形，∴*AC*⊥*BD*，$\angle AOE=90^\circ$，*OB*=*OD*=$\frac{1}{2}$*BD*=4，

设 *AM*=*BM*=*b*，*ME*=*a*，∵∠*E*=∠*E*，$\angle AOE=\angle BME=90^\circ$， ∴△*AOE*∽△*BME*，

∴ $\frac{OE}{EM}=\frac{AE}{BE}$， ∴ $\frac{4+2}{a}=\frac{a+b}{8+2}$， ∴$a^2+ab=60$①

又∵$a^2+b^2=100$② ①×5−②×3 得到：$2a^2+5ab-3b^2=0$，

∴$(a+3b)(2a-b)=0$，∴$b=2a$ 代入②得到 $a=2\sqrt{5}$， ∴ $b=4\sqrt{5}$， ∴ $AB=\sqrt{2}AM=4\sqrt{10}$， 故答案

3、如图1，在等腰直角三角形 ADC 中，$\angle ADC=90^{\circ}, AD=4$．点 E 是 AD 的中点，以 DE 为边作正方形 $DEFG$，连接 AG, CE．将正方形 $DEFG$ 绕点 D 顺时针旋转，旋转角为 $\alpha(0^{\circ}<\alpha<90^{\circ})$．

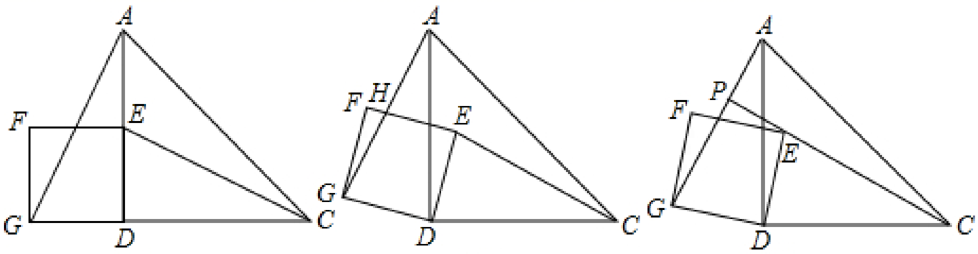


图1　　图2　　图3

（1）如图2，在旋转过程中，①判断 ΔAGD 与 ΔCED 是否全等，并说明理由；②当 $CE=CD$ 时，AG 与 EF 交于点 H，求 GH 的长．（2）如图3，延长 CE 交直线 AG 于点 P．①求证：$AG\perp CP$；②在旋转过程中，线段 PC 的长度是否存在最大值？若存在，求出最大值；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）①全等，证明见解析；②$\dfrac{8\sqrt{15}}{15}$；（2）①证明见解析；②$2\sqrt{3}+2$．

【分析】（1）①由等腰直角三角形性质和正方形性质根据全等三角形判定定理（SAS）即可证明；②过 A 点作 AM⊥GD，垂足为 M，交 FE 与 N，利用等腰三角形三线合一性质构造直角三角形，由勾股定理求出 AM 的长，进而得出 $\cos\angle GAM=\cos\angle AGF=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，再由 $GH=\dfrac{FG}{\cos\angle AGF}$ 求出结果；

（2）①根据全等三角形性质可得 $\angle GAD=\angle ECD$，再在 $\triangle APC$ 和 $\triangle ADC$ 中由三角形内角和定理得出 $\angle GAD+\angle ECA+\angle DAC=90^{\circ}$，从而证明结论；②根据∠APC=90°得出 PC 最大值是∠GAD 最大时，即 GD⊥AG 时，进而可知 CEF 三点共线，F 与 P 重合，求出此时 CE 长，继而可得 CP 最大值．

【详解】解：（1）①全等，理由如下：

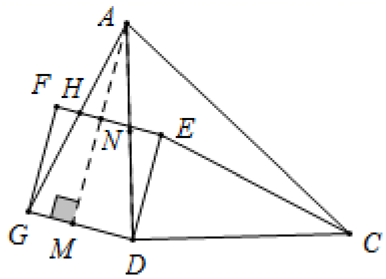
在等腰直角三角形 ADC 中，AD=CD，$\angle ADC=90^{\circ}$，

在正方形 $DEFG$ 中，GD=ED，$\angle GDE=90^{\circ}$，

又∵ $\angle ADE+\angle EDC=90^{\circ}$，$\angle ADE+\angle ADG=90^{\circ}$，∴ $\angle ADG=\angle CDE$

在△AGD和$\triangle CED$中，$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADG=\angle CDE \\ GD=ED \end{cases}$，∴$\triangle AGD\cong\triangle CED$（SAS）;

②如解图 2，过 A 点作 AM⊥GD，垂足为 M，交 FE 与 N，



解图2

∵点E是AD的中点，∴在正方形$DEFG$中，DE=GD=GF=EF=2，

由①得$\triangle AGD\cong\triangle CED$，∴$AG=CE$，

又∵$CE=CD$，∴$AG=AD=CD=4$，∵AM⊥GD，∴$GM=\frac{1}{2}GD=1$，

又∵$\angle D=\angle F=90^\circ$，∴四边形 GMNF 是矩形，∴$MN=GF=2$，

在$Rt\triangle AGM$中，$AM=\sqrt{AG^2-GM^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$，∴$\cos\angle GAM=\frac{AM}{AG}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

∵$FG//AM$，∴$\angle GAM=\angle AGF$ ∴$\cos\angle AGF=\frac{FG}{GH}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

∴$GH=\frac{FG}{\cos\angle AGF}=\frac{2}{\frac{\sqrt{15}}{4}}=\frac{8\sqrt{15}}{15}$.

（2）①由①得$\triangle AGD\cong\triangle CED$，∴$\angle GAD=\angle ECD$，

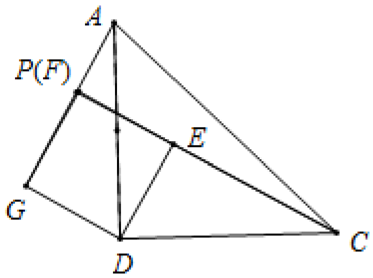
又∵$\angle ECD+\angle ECA+\angle DAC=90^\circ$，∴$\angle GAD+\angle ECA+\angle DAC=90^\circ$，

∴$\angle APC=90^\circ$，即：$AG\perp CP$；

②∵$\angle APC=90^\circ$，∴$PC=AP\bullet\sin\angle PAC$，∴当$\angle PAC$最大时，PC 最大，

∵∠DAC=45°，是定值，∴$\angle GAD$最大时，$\angle PAC$最大，PC 最大，

∵AD=4，GD=2，∴当 GD⊥AG，$\angle GAD=30^\circ$最大，如解图 3，



解图3

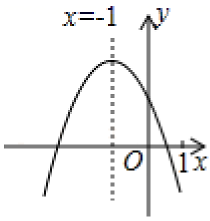
此时 $AG=\sqrt{AD^2-GD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

又∵ $AG\perp CP$， $EF\perp FG$，∴*F* 点与 *P* 点重合，∴*CEFP* 四点共线，

∴*CP=CE+EF=AG+EF=* $2\sqrt{3}+2$，∴线段 PC 得最大值为：$2\sqrt{3}+2$．

好学九年级数学中考目标班真题练习（10）

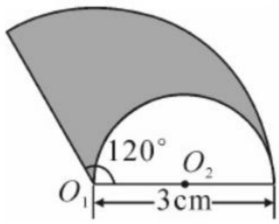
1、如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的对称轴为直线 $x=-1$，下列结论：①$abc<0$；②$3a<-c$；③若 m 为任意实数，则有 $a-bm\leq am^2+b$；　④若图象经过点（-3，-2），方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 的两根为 x_1，x_2（$|x_1|<|x_2|$），则 $2x_1-x_2=5$．其中正确的结论的个数是（　　）



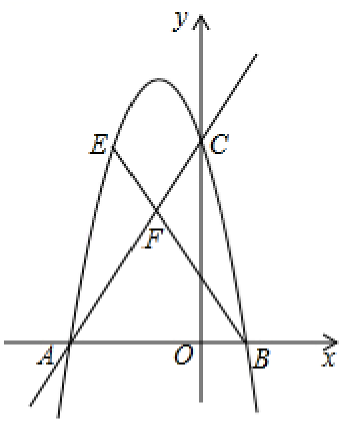
A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

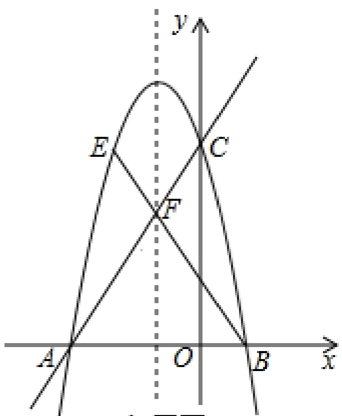
2、．如图，O_1、O_2 分别是两个扇形的圆心，求图中阴影部分的周长为（　　）

A. $\frac{5}{2}\pi$　　B. $\frac{5}{2}\pi+3$　　C. $\frac{7}{2}\pi$　　D. $\frac{7}{2}\pi+3$



3、如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=2x+6$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交点 C，抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 过 A，C 两点，与 x 轴交于另一点 B．



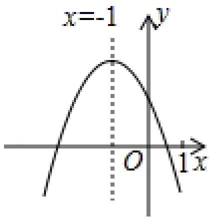


备用图

（1）求抛物线的解析式．（2）在直线 AC 上方的抛物线上有一动点 E，连接 BE，与直线 AC 相交于点 F，当 $EF=\frac{1}{2}BF$ 时，求 $\sin\angle EBA$ 的值．

好学九年级数学中考目标班真题练习（10）

1、如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的对称轴为直线 $x=-1$，下列结论：①$abc<0$；②$3a<-c$；③若 m 为任意实数，则有 $a-bm\leq am^2+b$； ④若图象经过点（－3，－2），方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 的两根为 x_1，x_2（$|x_1|<|x_2|$），则 $2x_1-x_2=5$．其中正确的结论的个数是（　　）



A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

【答案】C

【分析】由图象可知 $a<0$，$c>0$，由对称轴得 $b=2a<0$，则 $abc>0$，故①错误；当 $x=1$ 时，$y=a+b+c=a+2a+c=3a+c<0$，得②正确；由 $x=-1$ 时，y 有最大值，得 $a-b+c\geq am^2+bm+c$，得③错误；由题意得二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的一个交点为（-3，-2），另一个交点为（1，-2），即 $x_1=1$，$x_2=-3$，得出④正确，即得出结论．

【解析】解：由图象可知：$a<0$，$c>0$，$-\dfrac{b}{2a}=-1$，∴$b=2a<0$，∴$abc>0$，故①$abc<0$ 错误；

当 $x=1$ 时，$y=a+b+c=a+2a+c=3a+c<0$，∴$3a<-c$，故②$3a<-c$ 正确；

∵$x=-1$ 时，y 有最大值，∴$a-b+c\geq am^2+bm+c$（m 为任意实数），

即 $a-b\geq am^2+bm$，即 $a-bm\geq am^2+b$，故③错误；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象经过点（－3，－2），方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 的两根为 x_1，x_2（$|x_1|<|x_2|$），

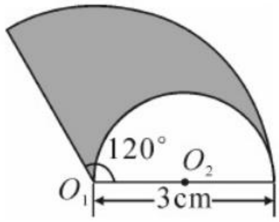
∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的一个交点为（－3，－2），

∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的另一个交点为（1，－2），

即 $x_1=1$，$x_2=-3$，∴$2x_1-x_2=2-(-3)=5$，故④正确．所以正确的是②④；故选：C．

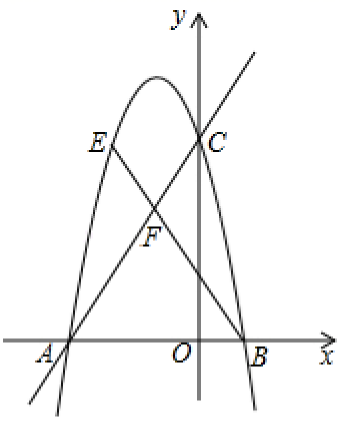
2、. 如图, O_1、O_2 分别是两个扇形的圆心, 求图中阴影部分的周长为(　　)

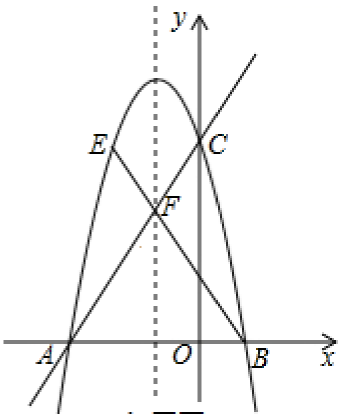
A. $\frac{5}{2}\pi$　　B. $\frac{5}{2}\pi+3$　　C. $\frac{7}{2}\pi$　　D. $\frac{7}{2}\pi+3$



【答案】D

3、如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=2x+6$ 与 x 轴交于点 *A*，与 y 轴交点 *C*，抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 过 *A*，*C* 两点，与 *x* 轴交于另一点 *B*.





备用图

（1）求抛物线的解析式.（2）在直线 *AC* 上方的抛物线上有一动点 *E*，连接 *BE*，与直线 *AC* 相交于点 F，当 $EF=\frac{1}{2}BF$ 时，求 $\sin\angle EBA$ 的值.

【答案】(1) $y=-2x^2-4x+6$；(2) $\sin\angle EBA$ 的值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$；

【分析】(1) 先求出 *A*、*C* 两点坐标，再用待定系数法求解；

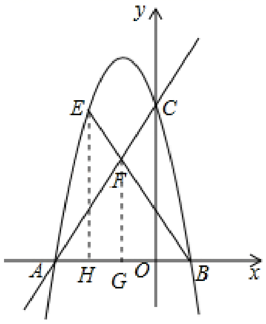
（2）如图，过点 *E* 作 $EH\perp x$ 轴于点 *H*，过点 *F* 作 $FG\perp x$ 轴于点 *G*，则易得△*BFG*∽△*BEH*，设点 *E* 的横坐标为 *t*，则 $E\left(t,-2t^2-4t+6\right)$，利用相似三角形的性质可求出点 *F* 的坐标，再根据 *EH* 与 *FG* 的关系列出关于 *t* 的方程，解方程即可求出 *t* 的值，然后在 Rt△*EBH* 中即可求出 $\sin\angle EBA$ 的值；

【解析】解：(1) 在 $y=2x+6$ 中，当 $x=0$ 时 $y=6$，当 $y=0$ 时 $x=-3$，$\therefore C(0,6)$、$A(-3,0)$，

$\because$ 抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 的图象经过 A、C 两点，

$\therefore \begin{cases}-18-3b+c=0\\ c=6\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-4\\ c=6\end{cases}$，$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-2x^2-4x+6$；

(2) 令 $-2x^2-4x+6=0$，解得 $x_1=-3$，$x_2=1$，$\therefore B(1,0)$，



设点 E 的横坐标为 t，则 $E\left(t,-2t^2-4t+6\right)$，

如图，过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H，过点 F 作 $FG\perp x$ 轴于点 G，则 $EH\parallel FG$，$\therefore \triangle BFG\backsim\triangle BEH$，

$\because EF=\dfrac{1}{2}BF$，$\therefore \dfrac{BF}{BE}=\dfrac{BG}{BH}=\dfrac{FG}{EH}=\dfrac{2}{3}$，

$\because BH=1-t$，$\therefore BG=\dfrac{2}{3}BH=\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}t$，$\therefore$ 点 F 的横坐标为 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}t$，

$\therefore F\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}t,\dfrac{20}{3}+\dfrac{4}{3}t\right)$，$\therefore -2t^2-4t+6=\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{20}{3}+\dfrac{4}{3}t\right)$，$\therefore t^2+3t+2=0$，解得 $t_1=-2$，$t_2=-1$，

当 $t_1=-2$ 时，$-2t^2-4t+6=6$，当 $t_2=-1$ 时，$-2t^2-4t+6=8$，$\therefore E_1(-2,6)$，$E_2(-1,8)$，

当点 E 的坐标为 $(-2,6)$ 时，在 $\mathrm{Rt}\triangle EBH$ 中，$EH=6$，$BH=3$，

$\therefore BE=\sqrt{EH^2+BH^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$，$\therefore \sin\angle EBA=\dfrac{EH}{BE}=\dfrac{6}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$；

同理，当点 E 的坐标为 $(-1,8)$ 时，$\sin\angle EBA=\dfrac{EH}{BE}=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$，$\therefore \sin\angle EBA$ 的值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$